

Métodos numéricos para la solución de EDP mediante Funciones de base Radial.

Enero del 2019

Curso avanzado:

Posgrado en Ciencias Matemáticas, UNAM.

Profesor: Dr. Pedro González Casanova Henríquez.

Numero de horas de clase por semana: cinco.

Número de créditos: 9.

En las ultimas cuatro décadas se ha presentado un importante desarrollo, tanto teórico como numérico, de la teoría de interpolación a partir de funciones de base radial. A partir de principios de 1990, la formulación anterior se empieza a utilizar para resolver ecuaciones diferenciales parciales. Estas técnicas han sido ya utilizadas en la solución de problemas reales, que van desde problemas en economía hasta la solución de problemas en dinámica de fluidos. El éxito de estos métodos radica en que no se necesita de la generación de mallas, que en simulaciones reales llegan a consumir hasta el 70% de tiempo de procesamiento. Simultáneamente, los métodos radiales tiene la ventaja de ser independientes de la dimensión del espacio, es decir la matriz de Gramm tiene la misma estructura en dos o tres dimensiones. En este curso, revisaremos los fundamentos teóricos y numéricos de la teoría de interpolación mediante funciones de base radial, (RBF). Utilizando como base esta formulación, se estudiarán los métodos numéricos para la solución de EDP. En ambos rubros, se asignaran trabajos de programación computacional.

Temario:

Interpolación mediante funciones de base radial, RBF.

Interpolación Lagrangiana.

Interpolación de Hermite.

Clasificación y tipos de funciones de base radial.

Existencia y unicidad del problema de interpolación:

Problema I: dado el espacio encontrar el interpolante radiales.

Problema II: Dada la función de base radial encontrar el espacio Hilbertiano.

Espacios Hilbertianos basados e kerneles reproductores y espacios nativos.

Estimación de errores en espacios nativos.

Principio de incertidumbre de Schaback.

Funciones positivas definidas y condicionalmente positiva definida.

Teorema de Michelli de Wu y mono-tonicidad.

Estimación del número de condición de la matriz de Gram.

Técnicas de preconditionamiento de la matriz de Gram.

Aproximación mediante mínimos cuadrados utilizando RBF.

Solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales mediante RBF

Métodos globales: de colocación simétrica y asimétrica.

Métodos locales: Diferencias finitas de funciones de base radial, RBF-FD.

EDPs estacionarias.

EDPs evolutivas.

Métodos de descomposición de dominios para técnicas de colocación.

Métodos de nodos adaptivos.

Técnicas de preconditionamiento.

Temas aplicados:

Free Boundary Value Problems, (Black-Scholes equation for both European and American option valuation)

Transport Problems, (viscous nonlinear Burgers equation, Navier Stokes equation)

Moving Boundary Value Problems, (wave-runup and a dam-breaking problem, nondispersive shallow-water model)

Non-linear structural analysis problems

Bibliografía:

G. Fasshauer, Meshfree Approximation Methods with Matlab, Interdisciplinary Mathematical Sciences - Vol. 6, World Scientific Publishers, Singapore, 2007.

M. D. Buhmann. Radial Basis Functions: Theory and Implementations. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, 2003.

Wendland, H., Scattered Data Approximation, Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, UK., 2005.

Bengt Fornberg and Natasha Flyer, A Primer on Radial Basis Functions with Applications to the Geosciences, Volumen87 de CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, 2015.

W. Chen, Z-J. Fu, and C. S. Chen, Recent Advances in Radial Basis Function Collocation Methods, SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology, Springer-Verlag, Heidelberg, 2014

T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming and P. Krysl, Meshless methods: An overview and recent developments, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 139(1-4), 1996, 3-47.