

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
SEMESTRE 2026 - 1
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO
ENES JURIQUILLA
TAREA 4

PROFESORES: ULISES VELASCO GARCÍA & GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Viernes, 19 de septiembre, 2025.

Antes de las 10:10 AM 100%

Después de las 10:10 AM y hasta las 11:59 PM: 80%

No se aceptarán tareas después de la fecha límite.

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles.

Problema 1: Demuestre o dé un contraejemplo para cada una de las siguientes afirmaciones (las funciones se consideran con dominio en $\mathbb{R}$ y valores reales, salvo que se indique otra cosa):

- (1) $f \circ (g + h) = f \circ g + f \circ h$.
- (2) $(g + h) \circ f = g \circ f + h \circ f$.
- (3) $\frac{1}{f \circ g} = \frac{1}{f} \circ g$
- (4) $\frac{1}{f \circ g} = f \circ \left(\frac{1}{g}\right)$.

Problema 2: Suponga que $f \circ g = I$, donde $I(x) = x$. Demuestre lo siguiente:

- (1) Si $x = y$, entonces $g(x) = g(y)$.
- (2) Cada número b puede escribirse como $b = f(a)$ para algún número a .

Problema 3: Dibuje el conjunto de todos los puntos (x, y) que satisfacen las siguientes condiciones. (En la mayoría de los casos la figura resultante será una parte apreciable del plano y no simplemente una recta o una curva.)

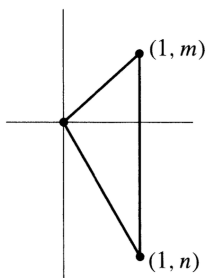
- (1) $x > y$.
- (2) $y < x^2$.
- (3) $y \leq x^2$.
- (4) $|x - y| < 1$.
- (5) $|x + y| < 1$.
- (6) $x + y \in \mathbb{Z}$.
- (7) $\frac{1}{x + y} \in \mathbb{Z}$.
- (8) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 < 1$.
- (9) $x^2 < y < x^4$.

Problema 4:

- (1) Demuestre que las gráficas de las funciones

$$f(x) = mx + f_0, \quad g(x) = nx + c,$$

son perpendiculares si $mn = -1$, calculando los cuadrados de las longitudes de los lados del triángulo de la figura de abajo. (¿Por qué puede deducirse el caso general a partir de este caso especial en el que las rectas se cortan en el origen?)



- (2) Demuestre que las dos rectas formadas por todos los puntos (x, y) que satisfacen las condiciones

$$Ax + By + C = 0, \quad A'x + B'y + C' = 0,$$

son perpendiculares si y sólo si $AA' + BB' = 0$.

Problema 5:

Trace la gráfica de las siguientes funciones:

- (1) $f(x) = \{x\}$, donde $\{x\}$ se define como la distancia de x al entero más próximo.
- (2) $f(x) = \{2x\}$.
- (3) $f(x) = \{x\} + \frac{1}{2}\{2x\}$.
- (4) $f(x) = \{4x\}$.
- (5) $f(x) = \{x\} + \frac{1}{2}\{2x\} + \frac{1}{4}\{4x\}$.