

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
SEMESTRE 2026 - 1
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO
ENES JURIQUILLA
TAREA 10

PROFESORES: ULISES VELASCO GARCÍA & GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 3 de noviembre, 2025.

Antes de las 8:10 AM 100%

Después de las 8:10 AM y hasta las 11:59 PM: 80%

No se aceptarán tareas después de la fecha límite.

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles.

Problema 1: Demuestre que si $f(x) = \sqrt{x}$, entonces

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}, \quad a > 0.$$

(La expresión que se obtendrá para $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ requiere alguna manipulación algebraica, pero la respuesta debería sugerir la manera de resolverlo).

Problema 2:

- (a) Suponga que $g(x) = f(x+c)$. Demuestre (partiendo de la definición) que

$$g'(x) = f'(x+c).$$

Dibuje un esquema para ilustrarlo. Para resolver el problema debe escribir las definiciones de $g'(x)$ y $f'(x+c)$ correctamente. El objetivo es convencerle de que aunque este problema es fácil no se trata de una trivialidad, y que hay algo que debe demostrarse: no se puede simplemente poner primas en la ecuación $g(x) = f(x+c)$. Con el objeto de enfatizar este punto:

- (b) Demuestre que si $g(x) = f(cx)$, entonces

$$g'(x) = c f'(cx).$$

Intente también visualizar gráficamente por qué esta igualdad es cierta.

- (c) Suponga que f es diferenciable y periódica, con periodo a (por ejemplo, $f(x+a) = f(x)$ para todo x). Demuestre que f' es también periódica.

Problema 3:

- (a) Demuestre que Galileo se equivocó: si un cuerpo cae una distancia $s(t)$ en t segundos, y s' es proporcional a s , entonces s no puede ser una función de la forma $s(t) = ct^2$.
- (b) Demuestre que las siguientes afirmaciones sobre s son ciertas, si $s(t) = \frac{a}{2}t^2$ (la primera afirmación demostrará por qué hemos hecho el cambio de c a $a/2$):
- (i) $s''(t) = a$ (la aceleración es constante).
 - (ii) $[s'(t)]^2 = 2a s(t)$.

- (c) Si s se mide en pies, el valor de a es 32. ¿Cuántos segundos tendrá que permanecer fuera de la trayectoria de una lámpara que cae del techo, desde una altura de 400 pies? Si no se aparta, ¿cuál será la velocidad de la lámpara cuando le golpee? ¿A qué altura se encontraba la lámpara cuando se desplazaba a la mitad de dicha velocidad?

Problema 4: Halle $f'(x)$ para cada una de las siguientes funciones. (No se preocupe por el dominio de f o de f' ; obtenga tan sólo una fórmula para $f'(x)$ que dé la respuesta correcta cuando tenga sentido.) Nota: Todavía no apliquen la regla de la cadena.

(i) $f(x) = \frac{x^2}{\sin(x)}.$

(ii) $f(x) = \sin(x) \tan(x).$

(iii) $f(x) = x^5 \sin(x).$

(iv) $f(x) = x^{1/3}.$

(v) $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sqrt{x}}.$