ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
SEMESTRE 2025 - 2
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO
ENES JURIQUILLA
TAREA 9

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 28 de abril, 2025.
Antes de las 9:10 AM 100%
Después de las 9:10 AM y hasta las 12 AM 80%
No se aceptarán tareas después de la fecha límite.
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles.

Problema 1: Considera el problema de valor inicial

$$y'' + 2y' + 6y = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = \alpha \geq 0.$$

a) Encuentra la solución $y(t)$ de este problema.
b) Encuentra α tal que $y = 0$ cuando $t = 1$.
c) Encuentra, como función de α, el valor más pequeño positivo de t para el cual $y = 0$.
d) Determina el límite de la expresión encontrada en la parte c) cuando $\alpha \to \infty$.

Problema 2: Ecuaciones de Euler. Una ecuación de la forma

$$t^2 \frac{d^2y}{dt^2} + \alpha t \frac{dy}{dt} + \beta y = 0,\ t > 0,$$

donde α y β son constantes reales, se llama una ecuación de Euler.

a) Sea $x = \ln t$ y calcula dy/dt y d^2y/dt^2 en términos de dy/dx y d^2y/dx^2.
b) Usa los resultados de la parte a) para transformar la ecuación anterior a

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\alpha - 1)\frac{dy}{dx} + \beta y = 0.$$

Observemos que la segunda ecuación tiene coeficientes constantes. Si $y_1(x)$ y $y_2(x)$ son soluciones fundamentales de la segunda ecuación, entonces $y_1(\ln t)$ y $y_2(\ln t)$ son soluciones fundamentales sobre la ecuación original.

Problema 3: Considera el problema de valor inicial

$$9y'' + 12y' + 4y = 0,\ y(0) = a > 0, y'(0) = -1.$$

a) Resuelve el problema de valor inicial.
b) Encuentra el valor crítico de a que separa soluciones que se vuelven positivas de aquellas que son siempre positivas.

Problema 4: La ecuación diferencial

$$y'' + \delta(xy' + y) = 0$$

surge del estudio de flujos turbulentos de una corriente uniforme que pasa un cilindro circular. Verifica que $y_1(x) = \exp(-\delta x^2/2)$ es una solución, y luego encuentra la solución general en la forma de una integral.