

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
SEMESTRE 2025 - 2
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO
ENES JURQUILLA
TAREA 2

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Viernes, 28 de febrero, 2025.

Antes de las 9:10 AM 100%

Después de las 9:10 AM y hasta las 12 AM 80%

No se aceptarán tareas después de la fecha límite.

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles.

Problema 1: Considera la ecuación diferencial $dy/dt = ay - b$.

- a) Encuentra la solución en equilibrio y_e .
- b) Sea $Y(t) = y(t) - y_e$. Entonces $Y(t)$ es la desviación a partir de la solución en equilibrio. Encuentra la ecuación diferencial que satisface $Y(t)$.

Problema 2: Coeficientes indeterminados. Aquí se muestra una alternativa para resolver la ecuación

$$dy/dt = ay - b.$$

- a) Encuentra la ecuación más simple

$$dy/dt = ay.$$

Llamémosle $y_1(t)$ a esta solución.

- b) Observemos que la única diferencia entre las dos ecuaciones anteriores es el término $-b$. Es entonces razonable pensar que las soluciones de esas dos ecuaciones difieren por una constante. Encuentra k tal que $y = y_1(t) + k$ es una solución de la primer ecuación.

Problema 3: Un material radiactivo, como el isótopo torio-234, se desintegra a una tasa proporcional a la cantidad presente en un momento dado. Si $Q(t)$ es la cantidad presente en el tiempo t , entonces $dQ/dt = -rQ$, donde $r > 0$ es la tasa de descomposición.

- a) Si 100 mg de torio-234 se desintegra a 82.04 mg en 1 semana, determine la tasa de descomposición r .
- b) Encuentre una expresión para la cantidad de torio-234 presente en cualquier momento t .
- c) Encuentre el tiempo necesario para que el torio-234 se desintegre a la mitad de su cantidad original.

Problema 4: Según la ley de enfriamiento de Newton, la temperatura $u(t)$ de un objeto satisface la ecuación diferencial

$$\frac{du}{dt} = -k(u - T),$$

donde T es la temperatura constante del ambiente y k es una constante positiva. Suponga que la temperatura inicial del objeto es $u(0) = u_0$.

- a) Encuentra la temperatura del objeto en cualquier tiempo.
- b) Sea τ el tiempo en el que la diferencia de temperatura inicial $u_0 - T$ se ha reducido a la mitad. Encuentra la relación entre k y τ .

Problema 5: En cada uno de los siguientes problemas, determine los valores de r para los cuales la ecuación diferencial dada tiene soluciones de la forma $y = t^r$ para $t > 0$.

a)

$$t^2 y'' + 4ty' + 2y = 0.$$

b)

$$t^2 y'' + 4ty' + 4y = 0.$$