ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
SEMESTRE 2025 - 2
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO
ENES JURIQUILLA
TAREA 11

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Viernes, 16 de mayo, 2025.
Antes de las 9:10 AM 100%
Después de las 9:10 AM y hasta las 11:59 PM 80%
No se aceptarán tareas después de la fecha límite.
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles.

Problema 1: En este problema mostramos como generalizar el teorema de Abel a ecuaciones de orden más altos. Empezamos con una ecuación de tercer orden

$$y''' + p_1(t)y'' + p_2(t)y' + p_3(t)y = 0.$$

Sean y_1, y_2 y y_3 soluciones de esta ecuación en un intervalo I.

a) Si $W = W(y_1, y_2, y_3)$, muestrea que

$$W' = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1''' & y_2''' & y_3''' \end{vmatrix}$$

Sugerencia: La derivada de un determinante 3×3 es la suma de tres 3×3 determinantes obtenidos diferenciando el primer, segundo y tercer renglón, respectivamente.

b) Sustituye y_1''', y_2''' y y_3''' de las ecuaciones diferenciales; multiplicando el primer renglón por p_3, multiplicando el segundo renglón por p_2, y agregando eso al último renglón para obtener

$$W' = -p_1(t)W.$$

c) Muestra que

$$W(y_1, y_2, y_3)(t) = c \exp\left[-\int p_1(t)dt\right]$$

De eso, se sigue que W es o siempre cero o nunca cero en I.

d) Generaliza este argumento a la ecuación de orden b

$$y^{(n)} + p_1(t)y^{(n-1)} + \ldots + p_n(t)y = 0,$$

con soluciones $y_1, \ldots, y_n$. Esto es, establece la *fórmula de Abel*

$$W(y_1, \ldots, y_n)(t) = c \exp\left[-\int p_1(t)dt\right]$$

Problema 2: Muestra que si y_1 es una solución de

$$y''' + p_1(t)y'' + p_2(t)y' + p_3(t)y = 0,$$

entonces la substitución $y = y_1(t)v(t)$ lleva a una ecuación de segundo orden para v':

$$y_1 v''' + (3y_1' + p_1 y_1)v'' + (3y_1'' + 2p_1 y_1' + p_2 y_1)v' = 0.$$

Aplica el resultado anterior de reducción de orden para resolver la siguiente ecuación diferencial

$$(2-t)y''' + (2t-3)y'' - ty' + y = 0,\ t < 2;\ y_1(t) = e^t.$$

Problema 3: Encuentra la solución general de

$$y^{(6)} - 3y^{(4)} + 3y'' - y = 0.$$

Problema 4: Encuentra la solución general de la siguiente ecuación diferencial

$$y''' + y'' + y' + y = e^{-t} + 4t$$

Problema 5: Usa el método de variación de parámetros para determinar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a)

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = e^{4t}.$$

b)

$$y''' - y'' + y' - y = e^{-t}\sin(t).$$