

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
SEMESTRE 2025 - 2
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO
ENES JURIQUILLA
TAREA 1

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Viernes, 21 de febrero, 2025.

Antes de las 9:10 AM 100%

Después de las 9:10 AM y hasta las 12 AM 80%

No se aceptarán tareas después de la fecha límite.

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles.

Problema 1: En cada una de las siguientes ecuaciones, dibuja el campo de direcciones y en base a ello, describe el comportamiento de la solución para t grande.

a) $y' = 3 - 2y$.

b) $y' = -1 - 2y$.

c) $y' = 1 + 2y$.

d) $y' = y + 2$.

Problema 2: Considera la siguiente lista de ecuaciones diferenciales. Algunas de esas ecuaciones producen los campos de direcciones de las figuras de abajo. Identifica qué campo corresponde a qué ecuación diferencial.

(a) $y' = 2y - 1$ (b) $y' = 2 + y$ (c) $y' = y - 2$

(d) $y' = y(y + 3)$ (e) $y' = y(y - 3)$ (f) $y' = 1 + 2y$

(g) $y' = -2 - y$ (h) $y' = y(3 - y)$ (i) $y' = 1 - 2y$

(j) $y' = 2 - y$.

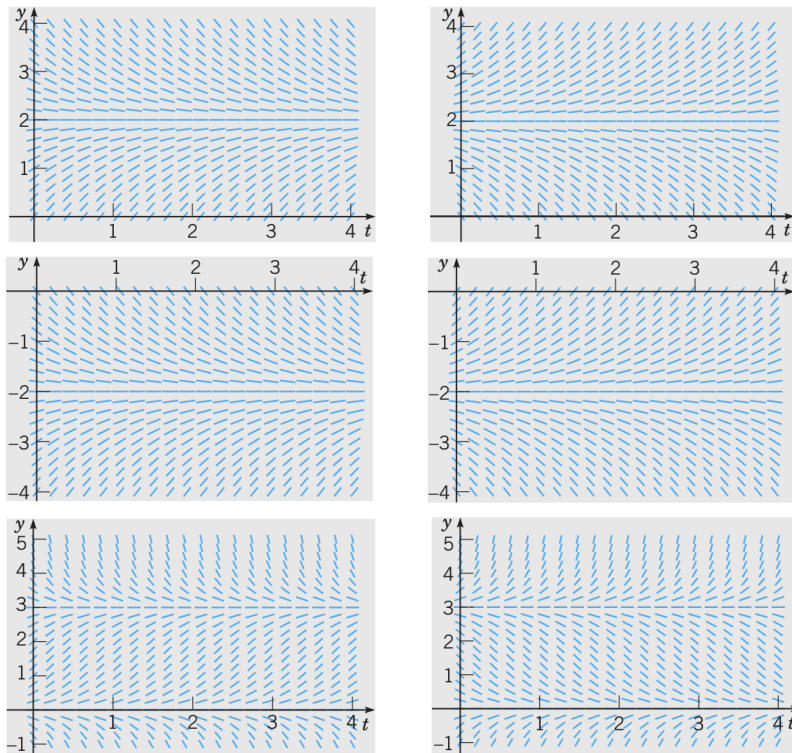


FIGURE 1. Campo de direcciones 1 (superior izquierda), 2 (superior derecha), 3 (central izquierda), 4 (central derecha), 5 (inferior izquierda) y 6 (inferior derecha).

Problema 3: Un estanque inicialmente contiene 1,000,000 litros de agua y una cantidad desconocida de una sustancia química no deseada. Agua que contiene 0.01 g de esta sustancia por litro fluye hacia el estanque a una tasa de 300 lt/h. La mezcla fluye hacia afuera a la misma tasa, por lo que la cantidad de agua en el estanque permanece constante. Supongamos que la sustancia química se distribuye uniformemente en todo el estanque.

(a) Escribe una ecuación diferencial para la cantidad de sustancia química en el estanque en cualquier momento.

(b) ¿Cuánta sustancia química habrá en el estanque después de un tiempo muy largo? ¿Depende esta cantidad límite de la cantidad que había inicialmente?

Problema 4: En cada uno de las siguientes ecuaciones, dibuja un campo de direcciones para la ecuación diferencial dada. Basándote en el campo de direcciones, determina el comportamiento de y cuando $t \rightarrow \infty$. Si este comportamiento depende del valor inicial de y en $t = 0$, describe esta dependencia. Ten en cuenta que los lados derechos de estas ecuaciones dependen tanto de t como de y y por lo tanto, sus soluciones pueden exhibir un comportamiento más complejo que las del texto.

$$(a) y' = -2 + t - y \quad (b) y' = te^{-2t} - 2y$$

$$(c) y' = e^{-t} + y \quad (d) y' = t + 2y$$

$$(e) y' = 3 \sin(t) + 1 + y \quad (f) y' = 2t - 1 + y^2$$

$$(g) y' = -\frac{2t+y}{2y} \quad (h) y' = \frac{1}{6}y^3 - y - \frac{1}{3}t^2.$$