SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
(MÉTODOS EN DIFERENCIAS)
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
SEMESTRE 2025 - 1
TAREA 8

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 4 de noviembre, 2024.

Antes de las 12:40 PM 100%

Después de las 12:40 PM y hasta las 12 AM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Escriba el siguiente método en forma de método de Runge-Kutta, y determine su orden

$$y_{n+2/3} = y_n + \frac{h}{3} [f(y_{n+2/3}) + f(y_n)],$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{4} [3f(y_{n+2/3}) + f(y_n)].$$

Problema 2: Describa qué son y cómo se utilizan las parejas de métodos Runge-Kutta para la estimación del error. En el caso del siguiente ejemplo de método encajado (embeded) cuyo arreglo de Butcher es

$$\begin{array}{ccc}
 0 & & \\
 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\
 \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\
 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\
 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3}
 \end{array}$$

- (a) Determine el orden de cada uno de los participantes.
- (b) A qué es igual la estimación del error.
- (c) Demuestre que el método implícito es A-estable.

Problema 3:

- (a) Grafique mediante “escaneo” la región de estabilidad absoluta del RK clásico de 4o orden.
- (b) Aplique ese método para resolver el problema $y' = Ay$, con

$$A = \begin{pmatrix} -40 & 0 & 0 \\ 10 & -30 & -10 \\ -10 & -10 & -30 \end{pmatrix}$$

y condición inicial $y(0) = [1; 0; -1]^T$ para $h = 0.1, 0.08, 0.05$, compare con solución analítica y explique los resultados.