

POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL OCÉANO Y LA ATMÓSFERA
SEMESTRE 2024 - 2
TAREA 6

PROFESOR: DR. GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles, 8 de mayo, 2024.

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Sea $\Phi(\mathbf{x}, t)$ la trayectoria que sigue una partícula de fluido con campo de velocidad $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, localizada inicialmente en el punto \mathbf{x} a tiempo $t = 0$. Es decir, $\Phi(\mathbf{x}, t)$ satisface

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} &= \mathbf{u}(\Phi(\mathbf{x}, t), t), \\ \Phi(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{x}.\end{aligned}$$

EL mapeo de flujo a tiempo t está dado por $\mathbf{x} \rightarrow \Phi(\mathbf{x}, t)$. Demuestra que el Jacobiano $J(\mathbf{x}, t)$ de este mapeo de flujo satisface

$$\frac{\partial J(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = J(\mathbf{x}, t) \operatorname{div}(\mathbf{u})(\Phi(\mathbf{x}, t), t).$$

Incluir todos los detalles.