**POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM**
**MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL OCÉANO Y LA ATMÓSFERA**
**SEMESTRE 2024 - 2**
**TAREA 4**

PROFESOR: DR. GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Viernes, 22 de marzo, 2024.
**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema 1:** Considera el sistema de ecuaciones que considera advección, rotación, fricción, viscosidad e hiperviscosidad, en el espacio de Fourier

$$\begin{aligned} \partial_t u_k + icku_k - 2\Omega \sin\phi v_k &= -(r_d + \nu k^2 + \nu k^4)u_k \\ \partial_t v_k + ickv_k + 2\Omega \sin\phi u_k &= -(r_d + \nu k^2 + \nu k^4)v_k \end{aligned}$$

(a) Definamos $z_k = u_k + iv_k$. Demuestra que

$$\partial_t z_k + if(k)z_k = -\epsilon(k)z_k,$$

donde $f(k) = ck + 2\Omega\sin\phi,\ \epsilon(k) = r_d + \nu k^2 + \nu k^4$.

(b) Demuestra que para $\epsilon(k) \neq 0$, el método hacia adelante para $z_k$ es condicionalmente estable, con condición:

$$1 - \sqrt{1 - \Delta t^2 f^2} \leq \Delta t\epsilon \leq 1.$$

**Problema 2:** Aplica ahora el método de la energía para el mismo método hacia adelante y deduce la condición de estabilidad.