

**POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM  
MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL OCÉANO Y LA ATMÓSFERA  
SEMESTRE 2024 - 2  
PROYECTO 2**

PROFESOR: DR. GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Martes, 4 de junio, 2024.

**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema:** Considera las ecuaciones de aguas someras

$$\begin{pmatrix} h \\ hu \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{g}{2}h^2 \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ ghB'(x) \end{pmatrix},$$

donde  $h(x, t)$  es la profundidad de la capa de agua en el punto axial  $x$  y a tiempo  $t$ ,  $u(x, t)$  la velocidad,  $B(x)$  la topografía y  $g$  la constante gravitacional. Considera también las siguientes condiciones iniciales correspondiente a una perturbación a un estado estacionario

$$u(x, 0) = 0, h(x, t) = \begin{cases} 1 - B(x) & \text{si } 0.1 \leq x \leq 0.2 \\ 1 - B(x) + \epsilon & \text{de otra forma,} \end{cases}, 0 \leq x \leq 1$$

en el dominio  $[0, 1]$ , donde la topografía está dado por

$$B(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} [\cos(10\pi(x - \frac{1}{2})) + 1] & \text{si } 0.4 \leq x \leq 0.6 \\ 0 & \text{de otra forma,} \end{cases}$$

y la constante gravitacional es  $g = 9.81$ . De esta forma, la superficie inicial  $B(x) + h(x, 0)$  es constante, excepto por una perturbación  $\epsilon = 10^{-2}$  en el intervalo  $[0.1, 0.2]$ .

Utilizando el método upwind visto en clase para sistemas de leyes de conservación hiperbólicas, aproxima la solución a diferentes tiempos entre 0 y  $t = 0.2$  al sistema anterior sujeto a condiciones de frontera cero Neumann.