

**POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM**  
**ANÁLISIS NUMÉRICO 1**  
**SEMESTRE 2024 - 1**  
**TAREA 3**

PROFESOR: DR. GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Lunes, 4 de septiembre, 2023.

**Antes de las 10:10 AM** 100%

**Después de las 10:00 AM y hasta las 12 PM** 80%

**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema 1:** Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 + \epsilon \\ 1 - \epsilon & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) ¿Cuál es el determinante de  $A$ ?
- (b) En aritmética de punto flotante, ¿cuál es el rango de valores de  $\epsilon$  que dará valores del determinante cero?
- (c) ¿Cuál es la factorización  $LU$  de  $A$ ?
- (d) En aritmética de punto flotante, ¿para qué rango de valores de  $\epsilon$  se calcula una matriz  $U$  singular?

**Problema 2:**

- (a) Demuestra que el producto de dos matrices triangulares inferiores es triangular inferior.
- (b) Demuestra que el inverso de una matriz triangular inferior no-singular es también triangular inferior.

**Problema 3:**

- (a) ¿Cuál es la factorización  $LU$  de la siguiente matriz?

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ c & b \end{pmatrix}.$$

- (b) ¿Bajo qué condiciones es esta matriz singular?

**Problema 4:** Escribe la factorización  $LU$  de la siguiente matriz, mostrando  $L$  y  $U$  explícitamente

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Problema 5:** Demuestra que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

no tiene factorización  $LU$ , i.e., ninguna matriz triangular inferior  $L$  y triangular superior  $U$  existen de tal forma que  $A = LU$ .