

POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
ANÁLISIS NUMÉRICO 1
SEMESTRE 2024 - 1
TAREA 2

PROFESOR: DR. GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Viernes, 25 de agosto, 2023.

Antes de las 10:10 AM 100%

Después de las 10:00 AM y hasta las 12 PM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: La función $\sin(x)$ está dada por la serie infinita $\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

- (a) ¿Cuales son los errores hacia adelante y hacia atrás si aproximamos la serie por solo el primer término, i.e., $\sin(x) \approx x$, para $x = 0.1, 0.5, \text{ y } 1.0$?
- (b) ¿Cuales son los errores hacia adelante y hacia atrás si aproximamos la serie por los dos primeros términos, i.e., $\sin(x) \approx x - \frac{x^3}{3!}$, para $x = 0.1, 0.5, \text{ y } 1.0$?

Problema 2: Un sistema de punto flotante se caracteriza por 4 enteros: la base β , la precisión p , y los límites inferiores y superiores L y U para los exponentes. Un bajo flujo gradual ocurre cuando se permite que los dígitos dominantes puedan ser cero siempre y cuando el exponente sea el mínimo (L), agregando así número de punto flotante adicionales ente 0 y β^L . En ese caso, el sistema ya no está normalizado.

- (a) Si $\beta = 10$, ¿cuales son los valores más chicos de p y U , y el más grande de L , tales que 2365.27 y 0.0000512 se pueden representar de manera exacta en un sistema de punto flotante normalizado?
- (b) ¿Cómo cambiarías tu respuesta si el sistema no está normalizado? Es decir, si se permite un bajo flujo gradual.

Problema 3: En un sistema de punto flotante con precisión $p = 6$ dígitos decimales, sean $x = 1.23456$ y $y = 1.23579$.

- (a) ¿Cuántos dígitos significativos contiene la diferencia $y - x$?
- (b) Si el sistema de punto flotante está normalizado, ¿cuál es el rango de exponentes mínimo para el cual x, y y $y - x$ están representados exactamente?
- (c) ¿Se puede representar la diferencia $y - x$ de manera exacta, independientemente del rango de exponentes, si se permite bajo flujo gradual? ¿Por qué?

Problema 4: Si $x \approx y$, entonces uno esperaría una situación de cancelación en $\log(x) - \log(y)$. Por otro lado, $\log(x) - \log(y) = \log(x/y)$, y esta última expresión no involucra cancelación. ¿Significa esto que $\log(x/y)$ estaría dando mejores resultados? *Sugerencia:* Piensa en qué valores la función logarítmica es sensible?

Problema 5: Para el cálculo del punto medio de un intervalo $[a, b]$, ¿cuál de las siguientes dos fórmulas es preferible en un sistema de punto flotante? ¿Por qué? ¿Cuándo? *Sugerencia:* Piensa en ejemplos en donde el “punto medio” de un intervalo cae fuera del intervalo $[a, b]$.

(a) $m = (a + b)/2.0$.

(b) $m = a + (b - a)/2.0$.