

Posgrado en Ciencias Matemáticas, UNAM
Introducción a los Medios Continuos
Semestre 2022 - 2
Examen 3

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas
Mayo 27, 2022

- * POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA
- * EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 5

TU NOMBRE:

Prob 1 /25	
Prob 2 25	
Prob 3 /25	
Prob 4 /25	
TOTAL /100	

Mucho éxito en su examen!

Introducción a los Medios Continuos - Examen 3

Problema 1: Incluye los detalles para la derivación de las *condiciones de compatibilidad de Beltrami-Michell* para un sólido elástico isotrópico:

$$\nabla^2 \sigma_{ij} + \frac{1}{1+\nu} \sigma_{kk,ij} + \frac{\nu}{1-\nu} \delta_{ij} X_{k,k} + X_{i,j} + X_{j,i} = 0.$$

Aquí, ν el coeficiente de Poisson.

Nota: La ecuación anterior es la 3.77 del libro. Debes incluir detalles.

Problema 2: Considera el problema

$$\begin{cases} \partial_t u + (1+x)\partial_x u = 0, & -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = x^2, \end{cases}$$

que corresponde a una ecuación de transporte con coeficiente variable $a(x) = 1 + x$.

- (a) Encuentra la solución exacta del problema de valor inicial anterior.
- (b) Grafica las curvas características $(x(t), t)$ en donde la solución $u(x(t), t) = u_o(x_o)$ es independiente de t .

Introducción a los Medios Continuos - Examen 3

Problema 2: Usando el método de las características, encuentra la solución exacta de la ecuación de Burgers

$$\begin{cases} u_t + \partial_x \left(\frac{1}{2} u^2 \right) = 0 & -\infty < x < \infty \\ u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x \end{cases} \end{cases}$$

Nota: Da la formula explícita de la solución en términos de x y de t .

¿Cuál es el tiempo de choque en donde las curvas cruzan por primera vez? Muestra un bosquejo de las curvas características.

Problema 4: Resuelve de manera exacta el problema de Riemann para la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} u_t + \partial_x(u^4) = 0, \\ u(x, t = 0) = \begin{cases} u_\ell & \text{si } x \leq 0, \\ u_r & \text{si } x > 0. \end{cases} \end{cases}$$