

**SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES
(MÉTODOS EN DIFERENCIAS FINITAS)
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
SEMESTRE 2022 - 1
TAREA 7**

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 11 de octubre, 2021.

Antes de las 4:40 PM 100%

Después de las 4:40 PM y hasta las 12 PM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera la ecuación de Laplace

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

con las condiciones de frontera

$$u_x(0, y) = g_0(y), u_x(1, y) = g_1(y), u_y(x, 0) = h_0(x), u_y(x, 1) = h_1(x).$$

Considera además el método numérico

$$U_{i+1,j} + U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i,j-1} - 4U_{i,j} = 0, i, j = 0, \dots, M, h = 1/M,$$

en donde las condiciones de frontera se aproximan por

$$\frac{U_{1,j} - U_{-1,j}}{2h} = g_{0,j}, \quad j = 0, \dots, M$$

$$\frac{U_{3,j} - U_{1,j}}{2h} = g_{1,j}, \quad j = 0, \dots, M$$

$$\frac{U_{i,1} - U_{i,-1}}{2h} = h_{0,i}, \quad j = 1, \dots, M$$

$$\frac{U_{i,3} - U_{i,1}}{2h} = h_{1,i}, \quad j = 1, \dots, M.$$

Para $M = 2$ ($h = 1/2$), escribe el sistema en forma matricial (9 ecuaciones) y demuestra que la matriz es singular. Explica por qué ocurre así.