

**SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES  
(MÉTODOS EN DIFERENCIAS FINITAS)  
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM  
SEMESTRE 2022 - 1  
TAREA 3**

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Miércoles, 8 de septiembre, 2021.

**Antes de las 4:40 PM** 100%

**Después de las 4:40 PM y hasta las 12 PM** 80%

**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema 1:** Resuelve numéricamente

$$\begin{cases} \partial u_t = \partial_x^2 u, 0 \leq x \leq 1 \\ u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{1}{3} \\ 1 & \text{si } \frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3} \\ x - 2/3 & \text{si } \frac{2}{3} < x \leq 1. \end{cases} \\ u(0, t) = 0, \partial_x u(1, t) = 1 \text{ para todo } t > 0. \end{cases}$$

Usa el método numérico

$$\begin{cases} (1 + 2\lambda r)U_{1,j+1} - r\lambda U_{2,j+1} = [1 - 2r(1 - \lambda)]U_{1,j} + r(1 - \lambda)U_{2,j}, & i = 1, \\ -r\lambda U_{i-1,j+1} + (1 + 2r\lambda)U_{i,j+1} - r\lambda U_{i+1,j+1} = r(1 - \lambda)U_{i-1,j} + [1 - 2r(1 - \lambda)]U_{i,j} + r(1 - \lambda)U_{i+1,j}, & 2 \leq i \leq M - 1, \\ -2r\lambda U_{M-1,j+1} + (1 + 2r\lambda)U_{M,j+1} = 2r(1 - \lambda)U_{M-1,j} + [1 - 2r(1 - \lambda)]U_{M,j} + 2hr, & i = M, \end{cases}$$

- Usa una malla con  $N = 100$  puntos con  $\lambda = 0, \frac{1}{2}, r = 0.45, 0.55$ . Muestra la gráfica de la solución para  $t = 0.0001, 0.001, 1$ . En total deben ser 4 simulaciones a 3 diferentes tiempos, dando 12 gráficas. Describe tus observaciones. Usa el algoritmo de Thomas para invertir la matriz.
- Calcula el límite  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t)$ .