SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES
(MÉTODOS EN DIFERENCIAS FINITAS)
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
SEMESTRE 2022 - 1
TAREA 12

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 29 de noviembre, 2021.
Antes de las 4:40 PM 100%
Después de las 4:40 PM y hasta las 12 PM 80%
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1 : Usando el método de las características, resuelve el siguiente problema de valor inicial

$$\begin{cases} u_t - x^3 u_x & = & 0, \qquad -\infty < x < \infty \\ \\ u(x, t=0) & = & u_o(x), \end{cases}$$

donde $u_o(x)$ es una función suave. Demuestra que esta ecuación diferencial parcial no genera ondas de choque, mostrando que las curvas características no se intersecan.

Problema 2 : Considera la ecuación hiperbólica escalar

$$\partial_t u + \partial_x \left(\frac{1}{2}u^2\right) = 0, -\infty < x < \infty,$$

conocida como ecuación de Burgers.

a) Usa el método de las características para resolver la ecuación de Burgers con condiciones iniciales:

$$u(x, t=0) = \text{sign}(x)x^2 = \begin{cases} -x^2, & x < 0 \\ \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

y encuentra la formula explícita de la solución.

b) Considera ahora la condición inicial $u(x, t=0) = x^2$. Puedes encontrar una solución para todo tiempo t? Encuéntrala.