

Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Parciales (Métodos en Diferencias Finitas)
Posgrado en Ciencias Matemáticas, UNAM
Semestre 2022 - 1
Examen 2

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Noviembre 5, 2021

- * POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA
- * EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 5

TU NOMBRE:

Prob 1 /25	
Prob 2 25	
Prob 3 /25	
Prob 4 /25	
TOTAL /100	
Puntos Extra :	

Mucho éxito en su examen!

Problema 1: Muestra que la ecuación de difusión con simetría cilíndrica circular

$$u_t = u_{xx} + x^{-1}u_x$$

se transforma a

$$e^{2y}u_t = u_{yy}$$

bajo el cambio de coordenadas $y = \ln x, x > 0$. Esta transformación se aplica a los problemas de cilindros huecos.

Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Parciales - Examen 2

Problema 2: La simulación de un gas quemándose en un cohete se puede realizar mediante las ecuaciones de Forsythe & Wasow

$$u_t = -\frac{1}{2}u_x^2 + \lambda u_{xx} + d(x, t)$$

para $-\infty < x < \infty, t > 0$, y d periódica con periodo 2π en x . Las condiciones auxiliares son

$$u(x, 0) = f(x), u(x + 2\pi, t) = u(x, t),$$

con $f(x + 2\pi) = f(x)$. Aplica el análisis de estabilidad y convergencia para obtener el criterio de estabilidad en este caso.

Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Parciales - Examen 2

Problema 3: Considera la solución al problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace en el cuadrado unitario $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Sea $h = 1/3$ y considera condiciones de frontera dados por una función $f(x, y)$ sobre la frontera. Encuentra la matriz A del sistema algebraico asociado al esquema en diferencias finitas y muestra que A es simétrica.

Problema 4: Considera el sistema

$$5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$$

$$3x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 13$$

$$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 13.$$

Escribe el método de Jacobi y Gauss-Seidel en forma matricial. Nos es necesario resolverlos numéricamente. ¿Qué puedes decir de los radios espectrales de las matrices G_J y G_{GS} para Jacobi y Gauss-Seidel respectivamente? ¿Puedes decir si convergen o divergen?