

Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Parciales (Métodos en Diferencias Finitas)
Posgrado en Ciencias Matemáticas, UNAM
Semestre 2022 - 1
Examen 1

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas
Septiembre 27, 2021

- * POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA
- * EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 5

TU NOMBRE:

Prob 1 /25	
Prob 2 25	
Prob 3 /25	
Prob 4 /25	
TOTAL /100	
Puntos Extra :	

Mucho éxito en su examen!

Problema 1

Las oscilaciones longitudinales no-lineales de una cuerda se han modelado por Zabusky mediante la ecuación

$$y_{tt} = (1 + \epsilon y_x)^\alpha y_{xx}.$$

Encuentra las características y clasifica la ecuación.

Problema 2: Considera la ecuación en diferencias finitas

$$\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{k} = \frac{U_{i-1,j} - 2U_{i,j} + U_{i+1,j}}{h^2} + \frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2h} \quad i = 1, \dots, M-1,$$

consistente con la ecuación

$$u_t = u_{xx} + u_x.$$

- (a) Busca soluciones numéricas de la forma $U_{i,j} = X_i T_j$ para verificar que el método de separación de variables se puede aplicar a la ecuación anterior. Muestra las ecuaciones para X_i y T_j .

- (b) Obtén soluciones de las ecuaciones para X_i y T_j del problema anterior. Escribe $X_i = \mu^i$, y determina dos valores de μ , digamos μ_1 y μ_2 . La solución para X_i se obtiene entonces por superposición como $X_i = C_1 \mu_1^i + C_2 \mu_2^i$, donde C_1 y C_2 son constantes.

Problema 3 Considera la ecuación $u_t = u_{xx}$ con las condiciones de frontera

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = 0.$$

Considera el método Crank-Nicolson y escríbelo en forma matricial.

Problema 4. Considera el método numérico

$$\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{k} = \frac{U_{i-1,j} - 2U_{i,j} + U_{i+1,j}}{h^2} + \frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{h},$$

consistente con la ecuación

$$u_t = u_{xx} + u_x.$$

Encuentra condiciones suficientes de estabilidad del método numérico mediante el análisis de estabilidad de Fourier.