SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS I
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
SEMESTRE 2021 - 2
TAREA 4

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles, 24 de marzo, 2021.

Antes de las 4:40 PM 100%

Después de las 4:40 PM y hasta las 12 PM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Deriva el método explícito Nystrom de 3-pasos

$$U^{(n+3)} = U^{(n+1)} + k\left[\beta_o f(U^{(n)}, t_n) + \beta_1 f(U^{(n+1)}, t_{n+1}) + \beta_2 f(U^{(n+2)}, t_{n+2})\right].$$

Problema 2: Considera el problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(t) = \cos(t)u(t) \\ \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Encuentra la solución exacta y compárala con las aproximaciones numéricas dadas por los métodos numéricos Euler hacia adelante y el método trapezoidal dados por

$$\begin{cases} \text{Euler:} & \frac{U^{(n+1)}-U^{(n)}}{k} = f(U^n, t_n). \\ \\ \text{Trapezoidal:} & \frac{U^{(n+1)}-U^{(n)}}{k} = \frac{1}{2}\left[\, f(U^{(n)}, t_n) + f(U^{(n+1)}, t_n + k)\,\right]. \\ \\ \text{Adams-Bashforth:} & U^{n+1} = U^n + \frac{k}{24}\left[-9f(U^{n-3}, t_{n-3}) + 37f(U^{n-2}, t_{n-2}) - 59f(U^{n-1}, t_{n-1}) + 55f(U^n, t_n)\right]. \end{cases}$$

En la misma figura debes empalmar las cuatro gráficas, incluyendo la solución exacta, la aproximación de primer orden (Euler), la de segundo orden (trapezoidal), y la de orden 4 (Adams-Bashforth de 4 pasos) a tiempo $T = 10$, con un tamaño de paso $k = 0.1$.

Para cada aproximación numérica, podemos definir el error L^∞ como

$$E = \max_n |U^n - u(t_n)|,$$

donde $u = u(t)$ es la solución exacta. Para cada método numérico, incluye una tabla en donde se muestre $E, E/k, E/k^2, E/k^3$ y E/k^4 para $k = 0.1, 0.01, 0.001$. ¿Qué observas? ¿Son tus observaciones consistentes con el orden de aproximación de cada método?

Sugerencia: Para el método Adams-Bashforth (de orden 4), inicia los primeros 4 pasos con el método trapezoidal.