SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS I
POSGRADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS, UNAM
SEMESTRE 2021 - 2
TAREA 3

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles, 17 de marzo, 2021.
Antes de las 4:40 PM 100%
Después de las 4:40 PM y hasta las 12 PM 80%
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera el problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(t) = \cos(t)u(t) \\ \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Encuentra la solución exacta y compárala con las aproximaciones numéricas dadas por los métodos numéricos Euler hacia adelante y el método trapezoidal dados por

$$\begin{cases} \text{Euler:} & \frac{U^{(n+1)}-U^{(n)}}{k} = f(U^n, t_n) \\ \\ \text{Trapezoidal:} & \frac{U^{(n+1)}-U^{(n)}}{k} = \frac{1}{2}\left[\ f(U^{(n)}, t_n) + f(U^{(n+1)}, t_n + k)\ \right] \end{cases}$$

En la misma figura debes empalmar las tres gráficas, incluyendo la solución exacta, la aproximación de primer orden (Euler) y la de segundo orden (trapezoidal) a tiempo $T = 1$, con un tamaño de paso $k = 0.01$. En otra figura, repite los cálculo para $T = 10$, con el mismo tamaño de paso. Explica tus observaciones.
Nota: Para el método trapezoidal, debes despejar $U^{(n+1)}$.

Problema 2: En clase, vimos que un método basado en series de Taylor de segundo orden para la ecuación

$$u'(t) = t^2 \sin(u(t))$$

está dado por

$$U^{(n+1)} = U^{(n)} + kt_n^2 \sin\left(U^{(n)}\right) + \frac{1}{2}k^2 \left[2t_n \sin\left(U^{(n)}\right) + t_n^4 \cos\left(U^{(n)}\right) \sin\left(U^{(n)}\right)\right].$$

Deriva el método de tercer orden basado en series de Taylor para la misma ecuación.