

TALLER DE MODELACIÓN NUMÉRICA - 2021 - 1. TAREA 7

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 30 de noviembre de 2020.

Antes de las 5:10 PM 100%

Después de las 5:10 PM y hasta las 12 PM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Cuales de los siguientes métodos lineales multipaso son convergentes? Para lo que no lo son, determina si son consistentes, o no cero-estables, o ambos.

- (a) $U^{n+2} = \frac{1}{2}U^{n+1} + \frac{1}{2}U^n + 2kf(U^{n+1})$
- (b) $U^{n+1} = U^n$
- (c) $U^{n+4} = U^n + \frac{4}{3}k(f(U^{n+3}) + f(U^{n+2}) + f(U^{n+1}))$
- (d) $U^{n+3} = -U^{n+2} + U^{n+1} + U^n + 2k(f(U^{n+2}) + f(U^{n+1}))$

Problema 2: Considera la ecuación en diferencias finitas $U^{n+2} = U^n$ con valores iniciales U^0 y U^1 . La solución es claramente

$$U^n = \begin{cases} U^0 & \text{si } n \text{ es par.} \\ U^1 & \text{si } n \text{ es impar.} \end{cases}$$

Usando el polinomio característico, se puede encontrar encontrar expresión alternativa para la solución

$$U^n = (U^0 + U^1) + (U^0 - U^1)(-1)^n.$$

Ahora considera la ecuación en diferencias finitas $U^{n+4} = U^n$ con cuatro valores iniciales U^0, U^1, U^2, U^3 .

Usa el polinomio característico para encontrar una expresión análoga para la solución numérica.

Problema 3:

- (a) Encuentra la solución a la ecuación en diferencias finitas $2U^{n+3} - 5U^{n+2} + 4U^{n+1} - U^n = 0$.

Sugerencia: Una raíz del polinomio característica es $\zeta = 1$.

- (b) Determina la solución a esta ecuación en diferencias finitas con los valores iniciales $U^0 = 11, U^1 = 5, U^2 = 1$. ¿Qué valor tiene U^{10} ?

- (c) Considera el método lineal multipaso

$$2U^{n+3} - 5U^{n+2} + 4U^{n+1} - U^n = k(\beta_0 f(U^n) + \beta_1 f(U^{n+1})).$$

¿Para qué valores de β_0 y β_1 se obtiene un error local de truncamiento de orden $O(k^2)$?

- (d) Supongamos que se usan los valores β_0 y β_1 del inciso anterior. ¿Es este método convergente?