

## TALLER DE MODELACIÓN NUMÉRICA - 2021 - 1. TAREA 7

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Lunes, 30 de noviembre de 2020.

**Antes de las 5:10 PM** 100%

**Después de las 5:10 PM y hasta las 12 PM** 80%

**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema 1:** Cuales de los siguientes métodos lineales multipaso son convergentes? Para lo que no lo son, determina si son consistentes, o no cero-estables, o ambos.

- (a)  $U^{n+2} = \frac{1}{2}U^{n+1} + \frac{1}{2}U^n + 2kf(U^{n+1})$
- (b)  $U^{n+1} = U^n$
- (c)  $U^{n+4} = U^n + \frac{4}{3}k(f(U^{n+3}) + f(U^{n+2}) + f(U^{n+1}))$
- (d)  $U^{n+3} = -U^{n+2} + U^{n+1} + U^n + 2k(f(U^{n+2}) + f(U^{n+1}))$

**Problema 2:** Considera la ecuación en diferencias finitas  $U^{n+2} = U^n$  con valores iniciales  $U^0$  y  $U^1$ . La solución es claramente

$$U^n = \begin{cases} U^0 & \text{si } n \text{ es par.} \\ U^1 & \text{si } n \text{ es impar.} \end{cases}$$

Usando el polinomio característico, se puede encontrar encontrar expresión alternativa para la solución

$$U^n = (U^0 + U^1) + (U^0 - U^1)(-1)^n.$$

Ahora considera la ecuación en diferencias finitas  $U^{n+4} = U^n$  con cuatro valores iniciales  $U^0, U^1, U^2, U^3$ .

Usa el polinomio característico para encontrar una expresión análoga para la solución numérica.

**Problema 3:**

- (a) Encuentra la solución a la ecuación en diferencias finitas  $2U^{n+3} - 5U^{n+2} + 4U^{n+1} - U^n = 0$ .

**Sugerencia:** Una raíz del polinomio característica es  $\zeta = 1$ .

- (b) Determina la solución a esta ecuación en diferencias finitas con los valores iniciales  $U^0 = 11, U^1 = 5, U^2 = 1$ . ¿Qué valor tiene  $U^{10}$ ?

- (c) Considera el método lineal multipaso

$$2U^{n+3} - 5U^{n+2} + 4U^{n+1} - U^n = k(\beta_0 f(U^n) + \beta_1 f(U^{n+1})).$$

¿Para qué valores de  $\beta_0$  y  $\beta_1$  se obtiene un error local de truncamiento de orden  $O(k^2)$ ?

- (d) Supongamos que se usan los valores  $\beta_0$  y  $\beta_1$  del inciso anterior. ¿Es este método convergente?