

TALLER DE MODELACIÓN NUMÉRICA - 2021 - 1. TAREA 4

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 9 de noviembre de 2020.

Antes de las 5:10 PM 100%

Después de las 5:10 PM y hasta las 12 PM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

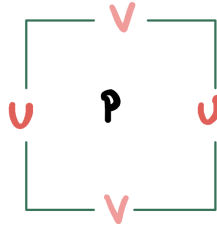


FIGURE 1. Configuración

Problema 1: Considérese la siguiente ecuación que se utilizó para derivar las ondas Kelvin

$$\partial_t U - \beta y V = -\partial_x P,$$

$$\partial_t V + \beta y U = -\partial_y P,$$

$$\partial_t P + c^2 (\partial_x U + \partial_y V) = 0,$$

donde $\beta = 1, c = 1$, en el dominio $(x, y) \in [0, L_x] \times [-L_y/2, L_y/2]$, $L_x = 1, L_y = 10$. Considera además el método numérico basado en la configuración de la figura 1:

$$U_{i+1/2,j}^{(n+1)} = U_{i+1/2,j}^{(n)} + \frac{\beta y \Delta t}{4} \left(V_{i,j+1/2}^{(n)} + V_{i+1,j+1/2}^{(n)} + V_{i+1,j-1/2}^{(n)} + V_{i,j-1/2}^{(n)} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(P_{i+1,j}^{(n)} - P_{i,j}^{(n)} \right),$$

$$V_{i,j+1/2}^{(n+1)} = V_{i,j+1/2}^{(n)} - \frac{\beta y \Delta t}{4} \left(U_{i-1/2,j+1}^{(n)} + U_{i+1/2,j+1}^{(n)} + U_{i+1/2,j}^{(n)} + U_{i-1/2,j}^{(n)} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(P_{i,j+1}^{(n)} - P_{i,j}^{(n)} \right),$$

$$P_{i,j}^{(n+1)} = P_{i,j}^{(n)} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(U_{i+1/2,j}^{(n)} - U_{i-1/2,j}^{(n)} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(V_{i,j+1/2}^{(n)} - V_{i,j-1/2}^{(n)} \right),$$

- (a) Encuentra la solución numérica a tiempo $t = 0.25$, con una malla de 100 puntos en cada dirección y tamaño de paso $\Delta t = 10^{-5}$ para la siguiente condición inicial

$$P(x, y, t = 0) = \max \left[10 \left(r^2 - (x - L_x/2)^2 \right), 0 \right] e^{-\frac{y^2}{2}},$$

$$U(x, y, t = 0) = P(x, y, t = 0),$$

$$V(x, y, t = 0) = 0,$$

con $r = 0.2$. Muestra la gráfica 3D o los contornos de la condición inicial, y la solución a tiempo final. La condición inicial corresponde a una onda Kelvin. ¿Satisface la solución

numérica las propiedades de una onda Kelvin como lo vimos en clase? Redacta una discusión de lo que observas.

Nota: No es suficiente con mostrar los resultados. No se obtendrán todos los puntos si no se incluye una discusión de los resultados.

- (b) Repite el inciso (a), pero esta vez con $U(x, y, t = 0) = 0$. ¿Corresponde a una onda Kelvin? ¿Por qué?