Taller de Modelación Numérica - 2021 - 1
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de Mexico
Examen 3

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Febrero 5, 2021

*** POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
*** EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 5

TU NOMBRE:

Prob 1 /25	
Prob 2 25	
Prob 3 /25	
Prob 4 /25	
TOTAL /100	

Mucho éxito en su examen!

Taller de Modelación Numérica - Examen 3

Problema 1: Considera la ecuación de transporte

$$\partial_t \theta + c\, \partial_x \theta = 0.$$

Buscando soluciones numéricas de la forma $\theta_i^{(n)} = \lambda^n \exp(ikx_i)$, determina si el método numérico Lax-Wendroff

$$\theta_i^{(n+1)} = \theta_i^{(n)} - \frac{\nu}{2}\left(\theta_{i+1}^{(n)} - \theta_{i-1}^{(n)}\right) + \frac{\nu^2}{2}\left(\theta_{j+1}^{(n)} - 2\theta_j^{(n)} + \theta_{j-1}^{(n)}\right)$$

es siempre von Neumann estable. Aquí $\nu = \frac{c\Delta t}{\Delta x}$.

Problema 2: Implementa el método basado en series de Taylor para derivar un método orden 2 para la ecuación

$$u'(t) = tu(t)^2 - \cos(t).$$

Problema 3:

(a) Encuentra la solución general de la ecuación en diferencias finitas

$$U^{(n+2)} - \frac{3}{2}U^{(n+1)} + \frac{1}{2}U^{(n)} = 0.$$

(b) Determina la solución particular con valores iniciales $U^{(0)} = 2, U^{(1)} = 3$. ¿Cuál es el valor de $U^{(10)}$?

Problema 4: Considera un liquido termalmente estratificado contenido en un anillo rotante con radio interno de 0.8 m, radio externo 1 m, y profundidad de 0.1 m. La temperatura en el fondo se mantiene a valor constante T_o. Supongamos que el fluido satisface la ecuación de estado

$$\rho = \rho_o(1 - \epsilon(T - T_o)),$$

con $\rho_o = 10^3$ kg m^{-3} y $\epsilon = 2 \times 10^{-4}$ K^{-1}. Supongamos además que la temperatura se incrementa de forma lineal con respecto a la altura a lo largo de la frontera externa a una tasa de 1° C cm^{-1} y decrece con respecto a la altura con una tasa de -1° C cm^{-1} a lo largo de la frontera interna del anillo. Determina la velocidad geostrófica dada por

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}_g}{\partial z} = \frac{\epsilon g}{2\Omega}\boldsymbol{k} \times \nabla T,$$

con una rotación de $\Omega = 1$ rad s^{-1}. Debes suponer que la temperatura depende linealmente con respecto al radio en cada nivel y que $\boldsymbol{V}_g = 0$ en el fondo $z = 0$.