

Taller de Modelación Numérica - 2021 - 1
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Universidad Autónoma de Querétaro
Examen 2

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Diciembre 11, 2020

- * POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
- * EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 5

TU NOMBRE:

Prob 1 /25	
Prob 2 25	
Prob 3 /25	
Prob 4 /25	
TOTAL /100	

Mucho éxito en su examen!

Taller de Modelación Numérica - Examen 2

Problema 1 Implementa el método basado en series de Taylor para derivar un método orden 3 para la ecuación

$$u'(t) = t^3 \exp(u(t))$$

Problema 2 Sea $f(u) = \log(u)$.

(a) Determina la constante de Lipschitz óptima para esta función sobre $2 \leq u \leq \infty$.

(b) ¿Es $f(u)$ Lipschitz continua sobre $0 < u < \infty$?

(c) Considera el problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(t) &= \log(u(t)) \\ u(0) &= 2 \end{cases}$$

Explica por qué podemos concluir que este problema de valor inicial tiene solución única para todo $t \geq 0$ basado en la teoría de existencia y unicidad visto en clase. *Sugerencia:* Puedes argumentar que f es Lipschitz continua en un dominio de donde la solución nunca se sale. Si gustas, puedes visualizar esta situación creando una solución numérica.

Problema 3 Deriva el método explícito de Adams-Bashforth de 4 pasos

$$U^{n+4} = U^{n+3} + \frac{k}{24} (-9f(U^n) + 37f(U^{n+1}) - 59f(U^{n+2}) + 55f(U^{n+3}))$$

Problema 4 Determina el polinomio característico $\rho(\zeta) - z\sigma(\zeta)$ de los siguientes métodos multi-paso

(a) El método Adams-Bashforth de 3 pasos

$$U^{n+3} = U^{n+2} + \frac{k}{12} (5f(U^n) - 16f(U^{n+1}) + 23f(U^{n+2}))$$

(b) El método Adams-Moulton de 3 pasos

$$U^{n+3} = U^{n+2} + \frac{k}{24} (f(U^n) - 5f(U^{n+1}) + 19f(U^{n+2}) + 9f(U^{n+3})).$$

(c) El método implícito de Nystrom de 2 pasos

$$U^{n+2} = U^n + \frac{2k}{6} (f(U^n) + 4f(U^{n+1}) + f(U^{n+2})).$$