ANÁLISIS REAL I - 2020. TAREA 6

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Jueves 2 de abril
Antes de las 11:10 AM 100%
Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Pruebe las siguientes afirmaciones:

(a) (Desigualdad de Markov) Considérese un espacio con medida $(X, \mathcal{F}, \mu)$ y sea $f : X \to [0, +\infty]$ una función $\mathcal{F}$-medible. Para cada $0 < M < \infty$, se cumple:
$$\mu(\{x \in X : f(x) > M\}) \leq \frac{1}{M} \int_X f d\mu.$$

(b) (Teorema de Tonelli para integrales y sumas) Considérese un espacio con medida $(X, \mathcal{F}, \mu)$ y sea $\{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ ($f_k : X \to [0, +\infty] \forall k \in \mathbb{N}$) una sucesión de funciones $\mathcal{F}$-medibles. Se cumple que
$$\int_X \sum_{k=1}^{\infty} f_k d\mu = \sum_{k=1}^{\infty} \int_X f_k d\mu.$$

Problema 2: Si μ es una medida compleja en una σ-álgebra $\mathcal{F}$ y $E \in \mathcal{F}$, define
$$\lambda(E) = \sum |\mu(E_j)|,$$
donde el supremo se toma sobre todas las posibles particiones finitas $\{E_j\}$ de E. Determina si de esto se sigue que $\lambda = |\mu|$.