ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES - 2020 - 1. TAREA 6

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 29 de octubre
Antes de las 11:10 AM 100%
Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1 (Evans 2.5). (Equipartición de enegía). Sea $u \in C^2(\mathbb{R} \times [0, \infty))$ una solución al problema de valor incial para la ecuación del calor en una dimensión

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} &= 0 \quad \text{en } \mathbb{R} \times (0, \infty) \\ u = g, u_t &= h \quad \text{en } \mathbb{R} \times \{t = 0\} \end{cases}$$

Supongamos que g, h tienen soporte compacto. La energía cinética es $k(t) := \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} u_t^2(x, t) dx$ y la energía potencial es $p(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} u_x^2(x, t) dx$. Demuestra

(i) $k(t) + p(t)$ es constante en t
(ii) $k(t) = p(t)$ para t suficientemente grande.

Problema 2 (Evans 2.5). Sea u solución de

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta u &= 0 \quad \text{en } \mathbb{R}^3 \times (0, \infty) \\ u = g, u_t &= h \quad \text{en } \mathbb{R}^3 \times \{t = 0\} \end{cases}$$

donde g, h son suaves y de soporte compacto. Muestra que existe una constante C tal que

$$|u(x, t)| \leq C/t, x \in \mathbb{R}^3, t > 0.$$