ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES - 2020 - 1. TAREA 4

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 8 de octubre

Antes de las 11:10 AM 100%

Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%

No se aceptarán tareas después de las 5 PM

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1 (Evans 2.5). Supongamos que u es suave y resuelve la ecuación del calor $u_t - \Delta u = 0$ en $\mathbb{R}^n \times (0, \infty)$.

(i) Muestra que $u_\lambda(\boldsymbol{x}, t) := u(\lambda \boldsymbol{x}, \lambda^2 t)$ también resuelve la ecuación del calor para $\lambda \in \mathbb{R}$.

(ii) Usa la parte (i) y muestra que $v(x,t) := \boldsymbol{x} \cdot \nabla u(\boldsymbol{x}, t) + 2tu_t(\boldsymbol{x}, t)$ resuelve también la ecuación del calor.

Problema 2 (Evans 2.5) Para el caso $n = 1$, consideremos $u(x,t) = v\left(\frac{x^2}{t}\right)$ con u y v suaves.

(a) Muestra que

$$u_t = u_{xx}$$

si y solo si

$$4zv''(z) + (2+z)v'(z) = 0 \quad (z > 0). \tag{0.0.1}$$

(b) Muestra que la solución general de (0.0.1) es

$$v(z) = c \int_o^z e^{-s/4} s^{-1/2} ds + d.$$

(c) Toma la derivada de $v(x^2/t)$ con respecto a x y seleciona la constante c de manera apropiada de tal forma que obtengas la solución fundamental Φ para $n = 1$.