ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES - 2020 - 1. TAREA 1

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 17 de septiembre
Antes de las 11:10 AM 100%
Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1 (Evans 2.5): Modifica la prueba para la fórmula de valor medio para mostrar que para $n \geq 3$, tenemos

$$u(0) = \fint_{\partial B(0,r)} g dS + \frac{1}{n(n-2)\alpha(n)} \int_{B(0,r)} \left(\frac{1}{|x|^{n-2}} - \frac{1}{r^{n-2}} \right) f dx,$$

donde

$$\begin{cases} -\Delta u &= f \quad \text{en } B^0(0,r) \\ u &= g \quad \text{en } \partial B(0,r) \end{cases}$$

Problema 2 (Evans 2.5): Decimos que $v \in C^2(\bar{U})$ es subarmónica su

$$-\Delta u \leq 0 \text{ en } U.$$

- Prueba que para v subarmónica, tenemos que
$$v(x) \leq \fint_{B(x,r)} v dy \text{ para todo } B(x,r) \subset U.$$
- Prueba que entonces $\max_{\bar{U}} v = \max_{\partial U} v$.
- Sea $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es suave y convexa. Supongamos que u es armónica y $v := \phi(u)$. Prueba que v es subarmónica.
- Prueba que $v := |Du|^2$ es subarmónica siempre que u es armónica.

Problema 3. Sea $U \subset \mathbb{R}^n$ abierto y acotado. Considera una sucesión de funciones armónicas $\{u_j\}$ tal que $u_j \to_{j\to\infty} u$ uniformemente en U. Demuestra que u es armónica.