

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 12

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes 20 de noviembre

Antes de las 11:40 AM 100%

Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%

No se aceptarán tareas después de las 5 PM

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considere la ecuación de Duffing

$$\ddot{u} + 4u + \epsilon u^3 = 0, 0 < \epsilon \ll 1,$$

ϵ parámetro pequeño con condiciones iniciales:

$$u(0) = 0, \dot{u}(0) = 2a, a > 0 \text{ cte.}$$

Muestre que toda solución en serie de potencias de ϵ , de la forma

$$u = u_0(t) + \epsilon u_1(t) + \dots$$

contiene un término no acotado a orden ϵ

- (a) De qué forma es ese término?
- (b) Qué propone para lograr una mejor aproximación?

Problema 2: Considere la ecuación de van del Pol

$$\ddot{x} + \omega^2 x + \epsilon(x^2 - 1)\dot{x} = 0.$$

Obtén la expansión a orden $O(\epsilon^4)$ de la frecuencia y de la solución para mostrar que

$$\omega \approx 1 - \frac{\epsilon^2}{16} + \frac{17\epsilon^4}{3072},$$

$$x(t) \approx 2 \cos(\omega t) - \frac{\epsilon}{4} (\sin 3\omega t - 3 \sin \omega t) - \frac{\epsilon^2}{96} (5 \cos 5\omega t - 18 \cos 3\omega t + 12 \cos \omega t) \\ + \frac{\epsilon^3}{2304} (28 \sin 7\omega t - 140 \sin 5\omega t + 189 \sin 3\omega t - 63 \sin \omega t).$$