ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 11

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes 12 de noviembre
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Muestre que α se puede escoger de manera tal que

$$V(x,y) = x^2 + \alpha y^2$$

sea una función de Liapunov fuerte para el sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - \sin^3 x \\ \dot{y} &= -4x - \sin^3 y \end{aligned}$$

y determine la estabilidad de la solución cero.

Problema 2: Determina la estabilidad del punto crítico en el origen para el sistema

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= -x_1^3 + 2x_2^3 \\ \dot{x_2} &= -2x_1 x_2^2 \end{aligned}$$

usando funciones Liapunov.

Problema 3: Construye una función Liapunov de la forma $ax_1^2 + bx_2^2$ para el sistema

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= -x_1^3 + x_1 x_2^2 \\ \dot{x_2} &= -2x_1^2 x_2 - x_2^3 \end{aligned}$$

y úsalo para mostrar que el origen es un punto crítico asintóticamente estable.

Problema 4: Considera la ecuación

$$\ddot{u} + g(u) = 0,$$

donde g es C^1 para $|u| < k, k > 0$, y $ug(u) > 0$ si $u \neq 0$. Re-escribe la ecuación como un sistema de primer orden y usa

$$V(x_1, x_2) = \frac{x_2^2}{2} + \int_o^{x_1} g(\sigma) d\sigma$$

para mostrar que el origen es un punto de equilibrio estable.