ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 10

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes 5 de noviembre
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Determine los ciclos límite del sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y + x(x^2+y^2)\sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \\ \dot{y} &= -x + y(x^2+y^2)\sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \end{aligned}$$

Explique por qué es importante escribirlo como:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= r^3 \sin\left(\frac{\pi}{r}\right) \\ \dot{\theta} &= -1. \end{aligned}$$

Explique la estabilidad de los ciclos límite y esboce algunos en el plano fase indicando algunas trayectorias entre ellos.

Problema 2: Considerar el sistema en el plano,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y + x(1-\sqrt{x^2+y^2}), \\ \dot{y} &= x + y(1-\sqrt{x^2+y^2}) \end{aligned}$$

(a) Mostrar que existe una órbita periódica que intersecta el eje x en el punto $(1,0)$.
(b) Encontrar el mapeo de Poincaré explícitamente en el eje positivo de las x. **Nota:** Este es el mapeo de primer retorno visto en clase.
(c) Determinar la estabilidad de la órbita periódica

Problema 3: Enuncie un teorema que le permita decidir si el oscilador descrito por

$$\ddot{x} + x + (3x^2 + 2\dot{x}^2 + 1)\dot{x} = 0$$

contiene, en alguna región invariante acotada, al menos un ciclo límite.