Análisis Real I
Posgrado en Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de Mexico
Examen 1

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Septiembre 14, 2017

*** POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
*** EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 6

TU NOMBRE:

Prob 1 /20	
Prob 2 /20	
Prob 3 /20	
Prob 4 /20	
Prob 5 /20	
TOTAL /100	

Mucha suerte en su examen!

Análisis Real I - Examen 1

Problema 1: Demostrar que todo espacio X compacto y Hausdorff es normal. Esto es, dados dos cerrados disjuntos C y D existen abiertos disjuntos U y V tal que $C \subset U$ y $D \subset V$

Problema 2:

(a) Sean $\{C_n\}$ subconjuntos conexos y compactos de un espacio Hausdorff tales que $C_{n+1} \subset C_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Demostrar que $\cap_{n=1}^{\infty} C_n$ es conexo.

(b) Dar un ejemplo de una familia de subconjuntos conexos cerrados $C_n \subset \mathbb{R}^2$ tales que $C_{n+1} \subset C_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$, pero donde $\cap_{n=1}^{\infty} C_n$ no sea conexo.

Problema 3: Un espacio métrico (S, d) se llama ultramétrico y d una ultramétrica si $d(x, y) \leq \max(d(x, y), d(y, z))$ para todo x, y y z en S. Algunas veces a estas métricas se les conoce como no-arquimedianas. Ejemplos incluyen métricas discretas, números p-adicos, entre otros y tienen muchas aplicaciones. Muestra que en un espacio ultramétrico, cualquier bola abierta $B(x, r)$ es un conjunto cerrado.

Problema 4: Muestra que cualquier subconjunto de una espacio métrico separable también es separable con la topología relativa.

Problema 5:

Sea $f : X \to Y$ una función entre dos espacios topológicos. Demostrar que las siguientes afirmaciones son equivalentes:

(a) f es continua.

(b) Para todo cerrado C de Y, tenemos que $f^{-1}(C)$ es cerrado en X.

(c) Para todo $A \subset X$, se cumple que $f(\bar{A}) \subset \overline{f(A)}$.

(d) Para todo $B \subset Y$, se cumple que $\overline{f^{-1}(B)} \subset f^{-1}(\overline{B})$.

(e) Para todo $B \subset Y$, se cumple que $f^{-1}(int(B)) \subset int(f^{-1}(B))$.