

## TEMAS SELECTOS DE COMPUTACIÓN- 2015. TAREA 3

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Martes 10 de Marzo de 2015

**Antes de las 5:00 PM** 100%

**Después de las 5:00 PM y antes de la media noche** 80%

### Problema 1:

- (a) Aplicar el método propuesto en clase (Algoritmo Thomas para factorizar matrices tridiagonales y problemas de valores de frontera) para encontrar la solución numérica del problema

$$\begin{cases} -y'' + y = 2x + 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

- (b) Demostrar que la solución exacta es

$$y(x) = 2x + 1 - \frac{\sinh(1-x) + 3 \sinh x}{\sinh 1},$$

y comparar con la solución numérica (graficar las dos soluciones en la misma figura).

### Problema 2:

- (a) Aplicar el mismo método anterior al problema

$$\begin{cases} -\epsilon y'' + y = 2x + 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0, \end{cases}$$

tomando  $\epsilon = 10^{-3}$ , y comparar con la solución exacta, que ahora es

$$y(x) = 2x + 1 - \frac{\sinh\left(\frac{1-x}{\sqrt{\epsilon}}\right) + 3 \sinh\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon}}\right)}{\sinh\left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}\right)}.$$

- (b) ¿Que observas? ¿Converge la solución numérica a la exacta cuando refinas la malla? Este problema se considera como una parametrización de capas límite (boundary layer), las cuales aparecen en diversas aplicaciones (modelación atmosférica, etc). El límite cuando  $\epsilon \rightarrow 0$  es un límite singular en este caso.