

## CÁLCULO II - 2015. TAREA 8

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Miércoles, 15 de Abril de 2015

**Antes de las 10:10 AM** 100%

**Después de las 10:10 AM y antes de las 5 PM** 80%

**No se aceptarán tareas después de las 5 PM**

**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema 1:** Un manufacturero ha modelado una función de producción anual  $P$  (el valor monetario de su producción total en millones de dólares) como una función Cobb-Douglas

$$P(L, K) = 1.47L^{0.65}K^{0.35},$$

donde  $L$  es el número de horas laborales (en miles) y  $K$  es el capital invertido (en millones de dólares). Encuentra  $P(120, 20)$  e interpreta el resultado.

**Problema 2:** Verifica que la siguiente función Cobb-Douglas

$$P(L, K) = 1.01L^{0.75}K^{0.25}$$

satisface la siguiente propiedad: Si ambos la cantidad de horas laborales y la cantidad de capital invertido se duplican, la producción se duplicará también. Determina si esto es también cierto para la función general

$$P(L, K) = bL^\alpha K^{1-\alpha}$$

**Problema 3:** Sea  $f(x, y, z) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} + \ln(4 - x^2 - y^2 - z^2)$ .

(a) Encuentra  $f(1, 1, 1)$ .

(b) Encuentra y describe el dominio de  $f$ .

**Problema 4:** Da un bosquejo de la gráfica de la función  $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2}$ .

**Problema 5:** En la figura siguiente se muestra un mapa de presión atmosférica en Norte América el 12 de agosto de 2008. Las curvas de nivel (isobares) están indicadas en milibares (mb). Estima la presión  $C$  (Chicago),  $N$  (Nashville),  $S$  (San Francisco), y  $V$  (Vacouver).

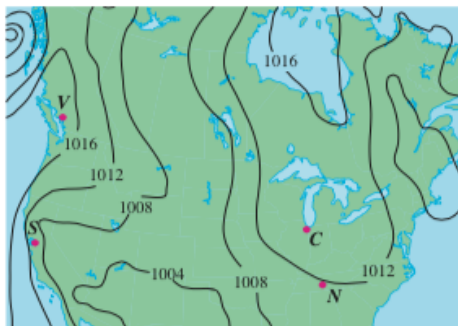


FIGURE 1.

**Problema 6:** Un mapeo de contornos de cuatro funciones se muestran a continuación. Usa esta información para dar un bosquejo de la gráfica de cada función.

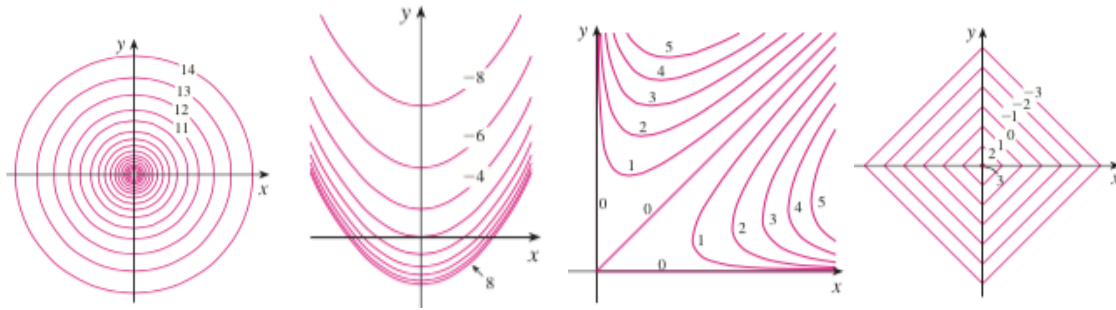


FIGURE 2.

**Problema 7:** Grafica las funciones  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ,  $f(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$ ,  $f(x, y) = \sin(\sqrt{x^2 + y^2})$ ,  $f(x, y) = 1/\sqrt{x^2 + y^2}$ . En general, si  $g$  es una función de una sola variable, como se obtiene la gráfica de

$$f(x, y) = g(\sqrt{x^2 + y^2})$$

a partir de la gráfica de  $g$ .

**Problema 8:** Supongamos que  $\lim_{(x,y) \rightarrow (3,1)} f(x, y) = 6$ . Que puedes decir acerca del valor de  $f(3, 1)$ ? Y que si  $f$  es continua?

**Problema 9:** Para las siguientes funciones, encuentra el límite si existe usando la definición de límite con epsilon y deltas, o muestra que no existe.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - 4y^2}{x^2 + 2y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5y^4 \cos^2 x}{x^4 + y^4}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3 \cos^2 x}{x^4 + y^2}$$

**Problema 10:** Determina en que puntos las siguientes funciones son continuas

(a)

$$H(x, y) = \frac{e^x + e^y}{e^{xy} - 1}$$

(b)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + |xy| + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

**Problema 11:** Usa coordenadas polares para calcular el límite de

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-x^2 - y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$