

Tarea 2

Problema 1: Un hombre de 80 kg acarrea una lata de pintura de 10 kg en una escalera en forma de helice que rodea un granero de radio 5 m. Si el granero tiene 20 m de altura y el hombre hace exactamente 3 revoluciones, cuanto trabajo es ejercido por el hombre en contra de la gravedad al subir las escaleras?

$$\vec{F} = -mg(0, 0, 1)$$

$$m = 80 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 90 \text{ kg}$$

$$x = 5 \text{ m} \cos 3t$$

$$y = 5 \text{ m} \sin 3t$$

$$0 \leq t \leq 2\pi$$

$$z = \frac{t}{2\pi} 20 \text{ m}$$

$$W = -mg \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} 20 \text{ m} dt = -90 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}$$

$$= -17658 \text{ N}$$

Problema 3: Encuentra el area de superficie de la parte del plano $z = 2 + 3x + 4y$ que se encuentra arriba del rectangulo $[0, 5] \times [1, 4]$

$$x = u \quad 0 \leq x \leq 5$$

$$y = v \quad 1 \leq y \leq 4$$

$$r = 2 + 3u + 4v$$

$$\vec{r}_x = (1, 0, 3), \quad \vec{r}_y = (0, 1, 4)$$

$$\vec{r}(x, y) = (x, y, 2 + 3x + 4y)$$

$$\vec{r}_x \times \vec{r}_y = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (-3, 4, 1) \Rightarrow |\vec{r}_x \times \vec{r}_y| = \sqrt{9 + 16 + 1} = \sqrt{26}$$

$$A_{\text{area}} = \int_0^5 \int_1^4 \sqrt{26} \, dA = 5 \times 3 \times \sqrt{26} = 15\sqrt{26}$$

Problema 4: Parametrizaciones.

$$(1) \vec{r}(u, v) = (\cos v, \sin v, u) \quad (2, 2) \quad 4$$

$$(2) \vec{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u) \quad (3, 1) \quad 5$$

$$(3) \vec{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v) \quad (1, 1) \quad 1$$

$$(4) \vec{r}(u, v) = (u^3; u \sin v, u \cos v) \quad (2, 1) \quad 3$$

$$(5) \vec{r}(u, v) = ((u - \sin u) \cos v, (1 - \cos u) \sin v, u) \quad (1, 2) \quad 2$$

$$(6) \vec{r}(u, v) = ((1-u)(3+\cos v) \cos(4\pi u), (1-u)(3+\cos v) \sin(4\pi u), 3u + (1-u)) \quad (2, 2) \quad (3, 2)$$

Problema 6: Igual que el examen.