MATEMÁTICAS III - 2014. TAREA 5

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles, 19 de Noviembre
Antes de las 8:10 AM 100%
Después de las 8:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo crédictos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Determina si los siguientes campos vectoriales $\boldsymbol{F}$ son conservativos. Si son, encuentra una función f tal que $\boldsymbol{F} = \nabla f$.

- $\boldsymbol{F}(x, y) = (2x - 3y, -3x + 4y - 8)$
- $\boldsymbol{F}(x, y) = (e^x \sin y, e^x \cos y)$
- $\boldsymbol{F}(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$
- $\boldsymbol{F}(x, y) = (ye^x + \sin y, e^x + x \cos y)$
- $\boldsymbol{F}(x, y) = (2xy + y^{-2}, x^2 - 2xy^{-3})$

Problema 2: Para los siguientes problemas, encuentra una función f tal que $\boldsymbol{F} = \nabla f$, y úsala para evaluar $\int_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ a lo largo de la curva C.

- $\boldsymbol{F}(x, y) = (x^2, y^2)$, C es el arco de la parábola $y = 2x^2$ de $(-1, 2)$ a $(2, 8)$.
- $\boldsymbol{F}(x, y) = ((1 + xy)e^{xy}, x^2 e^{xy})$, $C : \boldsymbol{r}(t) = (\cos t, 2 \sin t)$, $0 \leq t \leq \pi/2$
- $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy + 2z)$, C es el segmento de línea de $(1, 0, -2)$ a $(4, 6, 3)$.

Problema 3: Usa el teorema de Green para evaluar las siguientes integrales de línea a lo largo de las curvas orientadas positivas siguientes:

- $\int_C (y + e^{\sqrt{x}})dx + (2x + \cos y^2)dy$, C es a frontera de la región encerrada por las parábolas $y = x^2$ y $x = y^2$.
- $\int_C y^3 dx - x^3 dy$, C es el cículo $x^2 + y^2 = 4$.

Problema 4: Usa el teorema de Green para encontrar el trabajo hecho por un campo de fuerza $\boldsymbol{F}(x, y) = (x(x + y), xy^2)$ de una partícula moviéndose del origen a lo largo del eje x a $(1, 0)$, y luego a lo largo del segmento de línea a $(0, 1)$, y luego de nuevo al origen a lo largo del eje y.

Problema 5: Usa el teorema de la divergencia para calcular la integral de superficie $\int\int_S \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S}$, es decir, calcula el flujo de $\boldsymbol{F}$ a través de S.

- $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (xye^z, xy^2z^3, -ye^z)$, S es la superficie de la caja acotada por los planos xy, yz, xz y los planos $x = 3, y = 2$ y $z = 1$.
- $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (e^y \tan z, y\sqrt{3 - x^2}, x \sin y)$, S es la superficie del sólido que permanece arriba del pano xy y balo la superficie $z = 2 - x^4 - y^4, -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$.