

TERMINAL VI (SIMULACION) - 2020 - 2. TAREA 6

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 23 de noviembre de 2020.

Antes de las 5:10 PM 100%

Después de las 5:10 PM y hasta las 12 PM 80%

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera la ecuación $u'(t) = f(u(t), t)$, y el método Runge-Kutta de 3 etapas

$$F_0 = f(U^n, t_n), \quad U^{n+1/3} = U^n + \frac{k}{3}f(U^n, t_n) = U^n + \frac{k}{3}F_0$$

$$F_1 = f(U^{n+1/3}, t_{n+1/3}), \quad U^{n+2/3} = U^n + \frac{2}{3}kf(U^{n+1/3}, t_{n+1/3}) = U^n + \frac{2}{3}kF_1$$

$$F_2 = f(U^{n+2/3}, t_{n+2/3}), \quad U^{n+1} = U^n + k(c_0F_0 + c_2F_1 + c_2F_2).$$

Encuentra los coeficientes c_0, c_1, c_2 que hacen al método de orden 3.

Problema 2: Considera el problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(t) = \cos(t)u(t) \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Encuentra la solución exacta y compárala con las aproximaciones numéricas dadas por los métodos numéricos Euler hacia adelante y el método trapezoidal dados por

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Euler:} \quad \frac{U^{(n+1)} - U^{(n)}}{k} = f(U^n, t_n). \\ \text{Trapezoidal:} \quad \frac{U^{(n+1)} - U^{(n)}}{k} = \frac{1}{2} [f(U^{(n)}, t_n) + f(U^{(n+1)}, t_n + k)]. \\ \text{RK del problema 1:} \quad U^{n+1} = U^n + k(c_0F_0 + c_2F_1 + c_2F_2). \\ \text{Adams-Bashforth:} \quad U^{n+1} = U^n + \frac{k}{24} [-9f(U^{n-3}, t_{n-3}) + 37f(U^{n-2}, t_{n-2}) - 59f(U^{n-1}, t_{n-1}) + 55f(U^n, t_n)]. \end{array} \right.$$

En la misma figura debes empalmar las cuatro gráficas, incluyendo la solución exacta, la aproximación de primer orden (Euler), la de segundo orden (trapezoidal), la de tercer orden (Runge-Kutta de 3 etapas), y la de orden 4 (Adams-Bashforth de 4 pasos) a tiempo $T = 10$, con un tamaño de paso $k = 0.1$.

Para cada aproximación numérica, podemos definir el error L^∞ como

$$E = \max_n |U^n - u(t_n)|,$$

donde $u = u(t)$ es la solución exacta. Para cada método numérico, incluye una tabla en donde se muestre $E, E/k, E/k^2, E/k^3$ y E/k^4 para $k = 0.1, 0.01, 0.001$. ¿Qué observas? ¿Son tus observaciones consistentes con el orden de aproximación de cada método?