TERMINAL IV (SIMULACIÓN) - 2017 - 2. TAREA 7

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 17 de octubre
Antes de las 10:10 AM 100%
Después de las 10:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema: En clase vimos que la solución a la ecuación de transporte

$$\begin{cases} \partial_t u + a\partial_x u &= 0, -\infty < x < \infty \\ u(x,0) &= u_o(x) \end{cases}$$

es $u(x,t) = u_o(x-at)$ si a es constante y $u_o(x)$ es una función suave de x. La solución es simplemente una traslación horizontal de la condición inicial. Veremos más adelante en el curso que en el caso en que $u_o(x)$ es una función suave por pedazos, la misma traslación representa una solución *débil*. Considera entonces el problema

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x u &= 0, -1 \le x \le 1 \\ \\ \partial_x u &= 0 \text{ para } x = -1, 1 \text{ (condiciones de frontera Neumann)}, \\ \\ u(x,0) &= \begin{cases} 0 & \text{si } -1 \le x < 0 \\ 1 & \text{si } 0 \le x \le 1 \end{cases}. \end{cases},$$

en donde $a = 1$. Aproxima la solución a tiempo $t = 0.5$ con los siguientes esquemas numéricos:

- $u_j^{(n+1)} = u_j^{(n)} - \nu \left(u_j^{(n)} - u_{j-1}^{(n)}\right)$, $\nu = a\Delta t/\Delta x$.
- $u_j^{(n+1)} = u_j^{(n)} - \frac{\nu}{2} \left(u_{j+1}^{(n)} - u_{j-1}^{(n)}\right)$, $\nu = a\Delta t/\Delta x$.

Usa una resolución de $\Delta x = 2/100$ y un tamaño de paso $\Delta t = 0.018$ y $\Delta t = 0.026$. Explica lo que observas y relaciónalo con las condiciones de estabilidad de von Neumann.