Terminal IV

1019.1

2017

Tarea 6.

$$\begin{cases} \partial_t u + \frac{1}{x}\partial_x u = 0 & -\infty < x < \infty \\ u(x,0) = x^2 \end{cases}$$

(a) Solución exacta

R: $\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{x}$ ← Curvas Características.

$\Rightarrow x\,dx = dt \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{x_0^2}{2} = t$

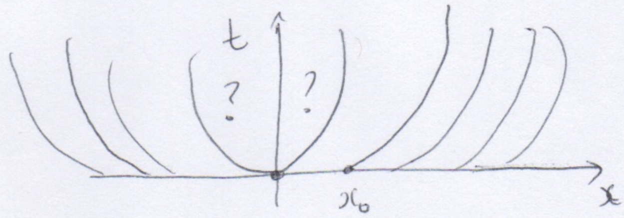
$\Rightarrow x^2 = x_0^2 + 2t \Rightarrow x_0^2 = x^2 - 2t$

$\Rightarrow u(x,t) = u_0(x_0) = x_0^2 = x^2 - 2t$

$\Rightarrow$ La solución exacta es $u(x,t) = x^2 - 2t$.

(b) Gráfica: R:

$x(t) = \pm\sqrt{x_0^2 + 2t}$



(c)
Hay una región en donde las curvas "no llegan", y de hecho ahí la solución es negativa si se extiende de manera suave con la fórmula $x^2 - 2t$.