

TERMINAL IV (SIMULACIÓN) - 2017 - 2. TAREA 5

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 3 de octubre

Antes de las 10:10 AM 100%

Después de las 10:10 AM y antes de las 5 PM 80%

No se aceptarán tareas después de las 5 PM

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera la ecuación del calor en el dominio bi-dimensional $(x, y) \in [0, L_x] \times [0, L_y]$ con valores iniciales y de frontera

$$\begin{cases} \partial_t u & = \nabla \cdot (\kappa \nabla u), 0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y, \\ u(x, y, t = 0) & = 0, \\ u(x = 0, y, t) & = 1, \\ \partial_x u(x = L_x, y, t) & = 0, \\ u(x, y = 0, t) & = 1 - x/L_x, \\ u(x, y = L_y, t) & = 1 - x/L_x, \end{cases}$$

y conductividad es variable en el espacio

$$\kappa(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } \left(\frac{x-L_x/4}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y-L_y/4}{r_y}\right)^2 < 1 \\ 0 & \text{si } \left(\frac{x-L_x/4}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y-3L_y/4}{r_y}\right)^2 < 1 \\ 0 & \text{si } \left(\frac{x-L_x/2}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y-L_y/2}{r_y}\right)^2 < 1, \\ 1 & \text{de otra manera.} \end{cases}$$

Aquí el dominio se impone una temperatura en las frontera oeste, norte y sur que va decreciendo de manera lineal con x de 1 a 0 en el extremo izquierdo. En la frontera derecha se impone condiciones de frontera Neumann de tal forma que está aislada por la derecha (frontera este). La conductividad es 1 en todos lados excepto en 3 hoyos, en donde se anula y el calor no puede propagarse ahí. Los radios en la expresión de la conductividad son $r_x = L_x/8, r_y = L_y/8$. El dominio tiene dimensiones $L_x = 10, L_y = 1$.

Usando el código proporcionado en clase, calcula la solución numérica a tiempos $t = 0.001, 0.01, 0.1, 1$. Usa una resolución de $N_x = 100, N_y = 100$. Muestra la gráfica tanto de κ como los contornos de u .