

TERMINAL IV (SIMULACIÓN) - 2017 - 2. TAREA 10 - SOLUCIÓN

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 14 de noviembre

Antes de las 10:10 AM 100%

Después de las 10:10 AM y antes de las 5 PM 80%

No se aceptarán tareas después de las 5 PM

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera el problema de la tarea pasada que resolviste de manera exacta para $t \leq 1$, pero ahora con viscosidad:

$$\begin{cases} u_t + \partial_x \left(\frac{1}{2} u^2 \right) = \epsilon \partial_x^2 u & -4 \leq x \leq 4 \\ u(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -2 \\ 2 + x & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ -x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -2 + x & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x \end{cases} \end{cases} .$$

(a) Usando la transformada de Cole-Hopf

$$\varphi(x, t) := \exp \left(-\frac{1}{2\epsilon} \int_{x_0}^x u(x', t) dx' \right),$$

encuentra *numéricamente* la solución para tiempos $t = 1, 2, 10$. Escoge un coeficiente $\epsilon = 5 \times 10^{-3}$ y una malla de 1000 puntos. Además, considera condiciones de frontera Neumann en u (Dirichlet en φ).

(b) Encuentra $\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t; \epsilon)$

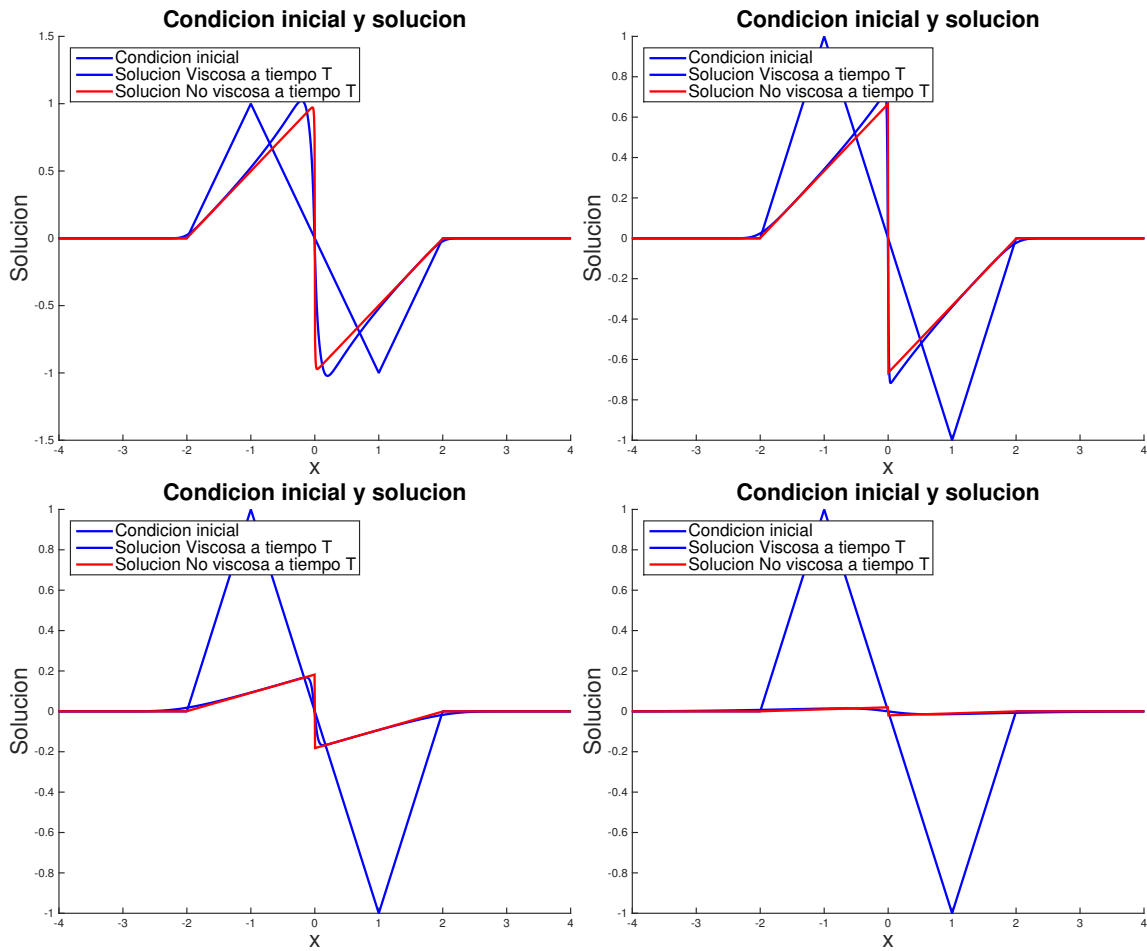


FIGURE 1. Solución numérica a tiempos $t = 1, 2, 10, 100$

Respuesta:

Las soluciones a tiempo $t = 1, 2, 10$ están en la figura 1. Podemos ver que la solución se va haciendo uniforme, como se puede confirmar en el último panel. Tenemos entonces que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = 0.$$