13 de Septiembre de 2016 **Mucha suerte en su examen!**

TERMINAL IV (SIMULACIÓN) - 2017 - 2. EXAMEN 1

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Problema 1: Considera la ecuación del calor

$$\partial_t u = \partial_x(k(x)\partial_x u), 0 \leq x \leq 1$$

con conductividad variable

$$k(x) = \frac{1}{x+1}.$$

Encuentra la solución estacionaria $u = u(x)$ que satisface las condiciones de frontera Dirichlet

$$u(0) = 1, u(1) = 2.$$

Problema 2: Encuentra la solución exacta del siguiente problema

$$\begin{cases} \partial u_t & = & e^{-t}\partial_x^2 u, 0 \leq x \leq 1 \\ \\ u(x,0) & = & \cos(6\pi x) \\ \\ u(x,t) & & \text{periódica en } [0,1]. \end{cases}$$

Problema 3: Dada la ecuación del calor:

$$\partial_t u = 10\, \partial_x^2 u, 0 \leq x \leq 1,$$

redacta el algoritmo numérico visto en clase. Dada una malla con $N = 100$ puntos (i.e., $\Delta x = 1/100$), determina el tamaño del paso Δt que garantiza estabilidad de von-Neumann. Explica.

Problema 4: Encuentra la solución exacta de la ecuación del calor con condiciones de frontera Dirichlet

$$\begin{cases} \partial u_t & = \partial_x^2 u, 0 \leq x \leq 2\pi \\ u(x,0) & = \sin(x/2) \\ u(0,t) = u(2\pi) = 0 & . \end{cases}$$

Notar que $\sin(x/2)$ tiene periodo el doble del dominio, pero satisface las condiciones Dirichlet.