TAREA 1, Cálculo IV, II-2018
Entrega: Viernes 9 de febrero de 2018.

Los primeros 3 problemas son de repaso de Cálculo III para ver que nivel traen. Pero son obligatorios y se califican.

1. (a) Analiza los puntos críticos de la función $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - xy + y^2$
   (b) ¿Tiene f valores extremos absolutos? (Justifica tu respuesta)

2. ¿En qué punto (x, y), con $x > 0$ de la elipse $2x^2 + 3y^2 = 1$ la tangente a ésta forma con los ejes un triángulo de menor área?

3. (a) Sean h, k, l constantes. Encontrar el punto (o puntos) de la superficie $(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = 1$ más cercano al origen.
   (b) ¿Porqué existe al menos un punto con esta propiedad?

4. Evaluar cada una de las siguiente integrales si $R = [0, 1] \times [0, 1]$
   (a) $\int_R (x^m y^n) dA$ con $n, m > 0$
   (b) $\int_R (xy)^3 \text{sen } y^4 dA$
   (c) $\int_R \ln[(x + 1)(y + 1)] dA$

5. Encuentra el volumen del sólido que se forma entre el paraboloide hiperbólico $z = 4+x^2-y^2$ y sobre el cuadrado $R = [-1, 1] \times [0, 2]$.

6. Sea f continua en $R = [a, b] \times [c, d]$. Para $a < x < b, c < y < d$ definimos
$$F(x, y) = \int_a^x \int_c^y f(u, v) dv du.$$
   Mostrar que $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = f(x, y)$.

7. Sea $f : [0, 1] \times [0, 1] \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & x \text{ racional} \\ 2y, & x \text{ irracional.} \end{cases}$$
   Muestra que la integral iterada $\int_0^1 [\int_0^1 f(x, y) dy] dx$ existe pero que f no es integrable.