

El mágico número del círculo

Carlos Prieto

Instituto de Matemáticas, UNAM

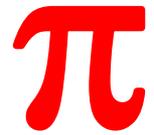
www.matem.unam.mx/cprieto

π



Jornadas de Matemáticas
Coyoacán, D.F., 25 de febrero de 2012

El mágico número del círculo



Supón que das un paseo en bicicleta de tu casa al parque. Improvisaste un contador de vueltas de las ruedas. Contaste 745 vueltas de la rueda de tu bici, cuyo diámetro es de 60cm.



¿A qué distancia está el parque?



El mágico número del círculo

π

Necesitas saber qué distancia recorre la bici al dar la rueda una sola vuelta:



El mágico número del círculo

π

Tu hermano lleva una bici con ruedas más pequeñas. Tienen un diámetro de 40cm.

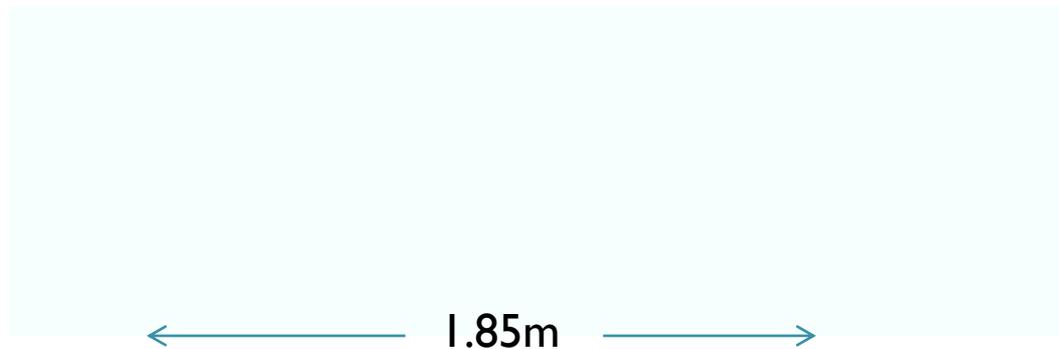
¿Cuántas vueltas dieron sus ruedas en el mismo paseo?



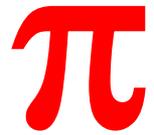
El mágico número del círculo

π

Haces una marca en la rueda y en el piso y la haces rodar hasta que la marca llegue al piso de nuevo. Mides la distancia.



El mágico número del círculo

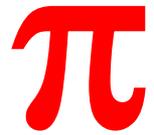


Multiplicas la medida que hiciste por el número de vueltas y sabes la distancia:

$$d = 745 \times 1.88 = 1400\text{m}$$



El mágico número del círculo



Si conoces la relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia, puedes saber cuánto recorre la bici pequeña en una vuelta y cuántas vueltas dio en total:

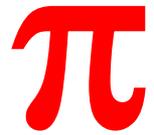
$$1.885 : 0.60 = 3.141666\dots$$

Así, la bici recorre por vuelta:

$$0.40 \times 3.141666\dots = 1.25666\dots\text{m}$$



El mágico número del círculo



Cada rueda de la bici pequeña dio más vueltas:

$$1400 : 1.25666... = 1117.5$$

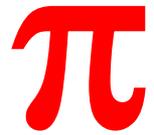
en vez de 745.

Parece que lo interesante es el número

3.141666...



El mágico número del círculo



En realidad, el número

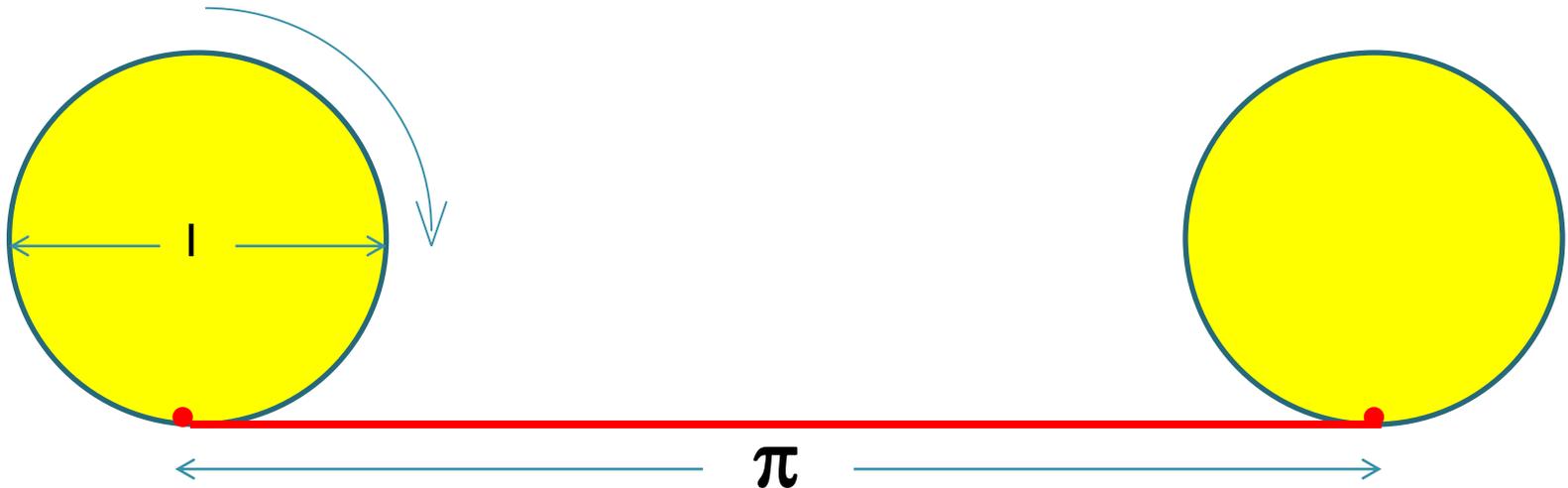
3.141666...

que mide la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo no es exacto, más aproximado es:

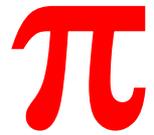


El mágico número del círculo

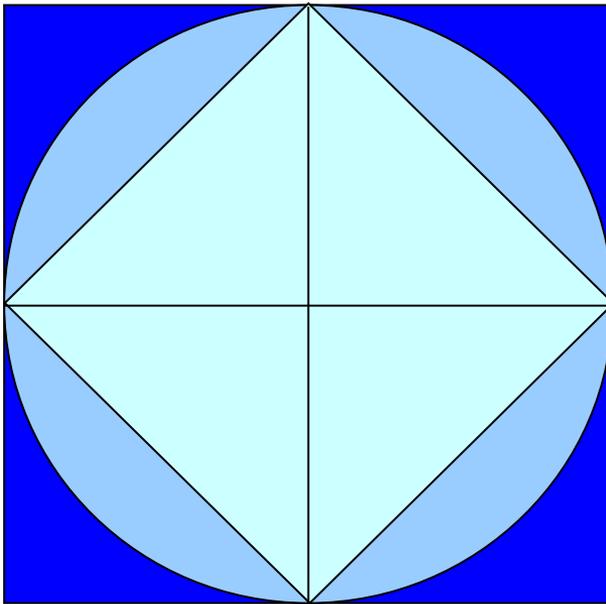
π



El mágico número del círculo



El área de un círculo – la prueba del tiburón



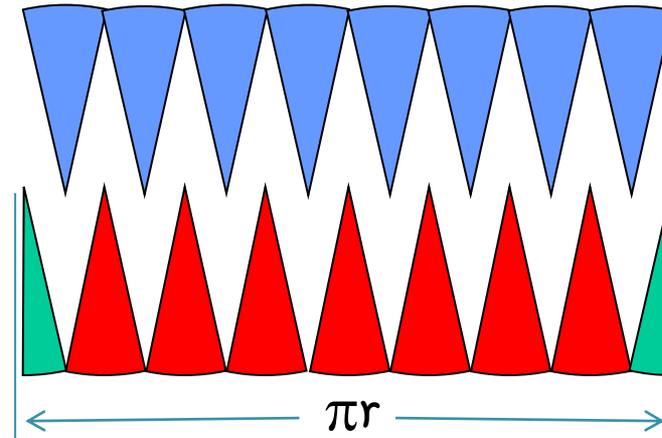
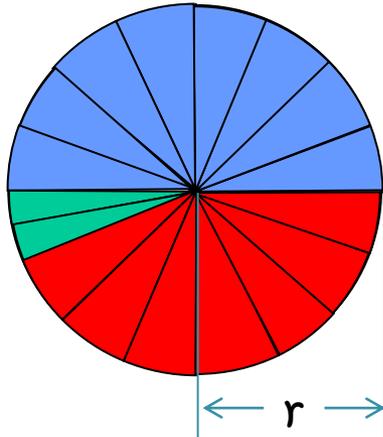
- Círculo de radio 1 (o r)
- Cuadrado inscrito de área 2 (o $2r^2$)
- Cuadrado circunscrito de área 4 (o $4r^2$)

El área del círculo debe estar entre 2 y 4 (o entre $2r^2$ y $4r^2$).

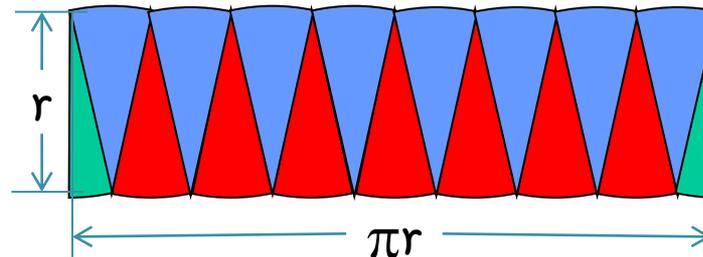


El mágico número del círculo

π



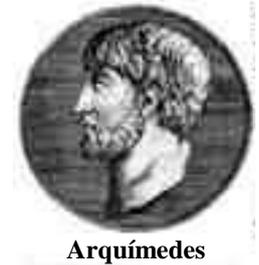
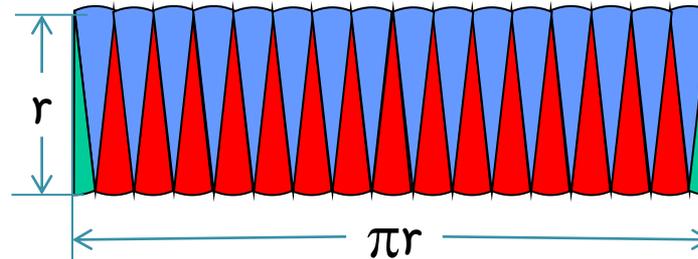
Transformamos el círculo en (casi) un rectángulo de base πr altura r :



El mágico número del círculo

π

Si cada vez tomamos los gajos más y más angostos, la figura se parece más y más a un rectángulo de base πr altura r :

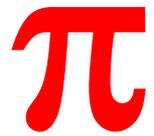


Así, en el límite, el área del rectángulo se vuelve

$$\pi r \cdot r = \pi r^2$$

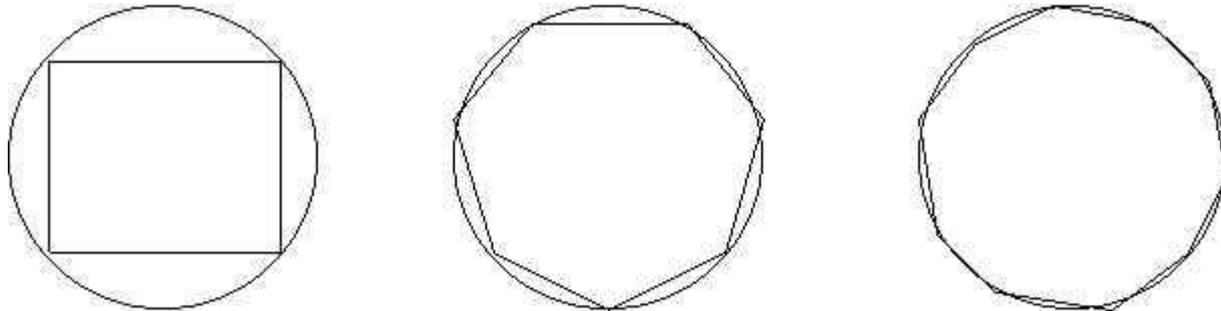


El mágico número del círculo

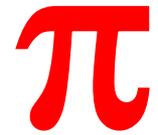


La idea de la demostración anterior –la prueba del tiburón– se remonta a Arquímedes, quien creó el método de exhaustión o método exhaustivo, e ideas parecidas como la de ir aproximando un rectángulo por sectores circulares cada vez más angostos.

Arquímedes también lo hizo así:



El mágico número del círculo

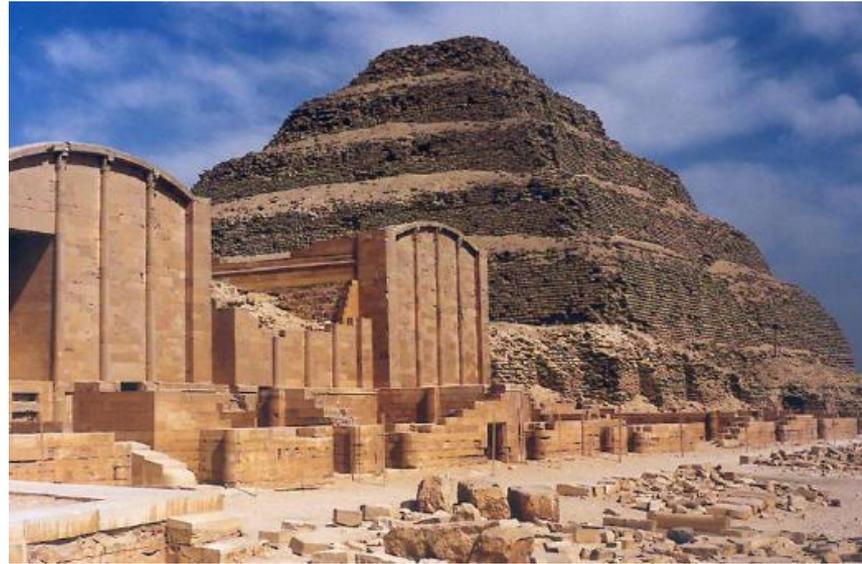


La noción de π es muy antigua. La Biblia le da un valor de 3, y los egipcios de $19 \div 6 = 3.16666\dots$:

Zoser mandó construir en Saqqara su pirámide que hubo de ser su monumento funerario.

La relación entre el perímetro de la base de la pirámide y su altura es precisamente este número:

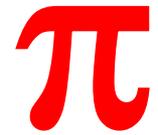
$$19 \div 6 = 3.16666\dots$$



Pirámide de Zoser, en Saqqara, Egipto



El mágico número del círculo



Ptolomeo, el sabio de Alejandría, allá por el año 150 de nuestra era, estimaba el número π como $\frac{377}{120}$, es decir

3.141666666666...

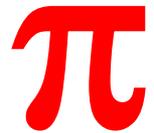
Matemáticos del siglo dieciséis utilizaban como aproximación del número π a la fracción $\frac{355}{113}$ que corresponde en forma decimal a

3.14159292035398230088495575221239....,

una magnífica aproximación.



El mágico número del círculo



Métodos de aproximación diseñados por los matemáticos modernos permitieron no sólo encontrar tantas cifras de la expresión decimal del número π como se deseara, sino también demostrar que se trata de un número **trascendente**, es decir, que no es posible encontrarlo como el resultado de una fracción, ni tampoco como la solución de una ecuación polinomial con coeficientes enteros. La mejor aproximación decimal del número π se debe a un matemático japonés de nombre Kaneda, que haciendo uso de una computadora en el año de 1988 imprimió en 40,266 páginas 201'326,000 cifras decimales de π . Algunas de esas cifras son

3.1415926535897932384626433832795...



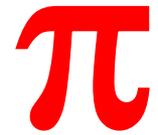
El mágico número del círculo

π

$\pi = 3.1415$
92653589793
238462643383
279502884197169
39937510582097494
4592307816406286208998



El mágico número del círculo



π

3.14159

265358979323

84626433832795

02884197169399375

1058209749445923078

164062862089986280

3482534211706798214808

651328230664709384460955058223

17253594081284811174502841027019385211055

59644622948954930381964428810975665933446128475648233786

7831652712019091456485669234603486104543266482133936072602491412737245

8700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138414695194

15116094330572703657595919530921861173819326117931051185480744623799627495673518857527248912279381

8301194912983367336244065664308602139494639522473719070217986094370277053921717629317675238467481846766

940513200056812714526356082778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537110507922796892589235420

199561121290219608640344181598136297747713099605187072113499999983729780499510597317328160963185950244594553469083026

4252308233344685035261931188170100013783875288656753320838142061717766914730359825349042875546873115956286382537875937519

977818578053217122800661300102787661119590921642019189380952720106548886327886593615338182798820301095203501852060957732259441389124

9217752834791315574857242454506959082953316861727858807509838175463746409319252060400277016711390998880240128586160356370760110710194295559619846

767874494825379747284710404753464028046684290094912933136702808915210475216206966024058018150193512533824300355764024749647326391419272642692796782347816300934

El mágico número del círculo

π



El mágico número del círculo

π

La más bonita fórmula de las matemáticas:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



El mágico número del círculo

π

FIN

¡Muchas gracias!

