Ecuaciones diferenciales parciales (Licenciatura) Fecha: 22/11/2019

A. Capella, O. Cabrera

Tarea 7: Ecuación de onda

Instrucciones:
- La presentación limpia y ordenada puntúa el 10 % de la calificación total de la tarea
- Fecha de entrega: Martes 3 de diciembre de 2019

1. Resuelva el siguiente problema de Cauchy

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0 & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in \mathbb{R} \\ u_t(x,0) = h(x) & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

con las siguientes condiciones iniciales

a) $g(x) = 1$ si $|x| < a$ y $g(x) = 0$ si $|x| > a$; $h(x) = 0$.

b) $g(x) = 0$; $h(x) = 1$ si $|x| < a$ y $h(x) = 0$ si $|x| > a$;

2. Usando separación de variables calcule la solución al problema

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0 & x \in (0,L), t > 0 \\ u(x,0) = \sin(\frac{\pi x}{L}) & x \in (0,L) \\ u_t(x,0) = 0 & x \in (0,L) \\ u(0,t) = u(L,t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

3. Encuentre la solución al problema semi infinito

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0 & x \in (0,\infty), t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & x \in (0,\infty) \\ u_t(x,0) = h(x) & x \in (0,\infty) \\ u(0,t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

ayuda: refleje de forma impar el problema y use la formula de solución en $\mathbb{R}$

4. **Aplicación de la fórmula de Kichhoff** Considere el problema

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 \Delta u = 0 & x \in \mathbb{R}^3 t > 0 \\ u(x,0) = g(x) & \mathbb{R}^3 \in (0,\infty) \\ u_t(x,0) = h(x) & x \in \mathbb{R}^3 \end{cases}$$

donde $g \in C^3$ y $h \in C2$. Asuma que el soporte de g y h esta contenido en la esfera $B_\rho(0)$. Describa el soporte de la función $u(x,t)$ como función de t.