

3er Examen Parcial, Fila A

1. (4pts) Usa directamente la definición de función continua para demostrar que las siguientes funciones son continuas en el punto indicado:
a) $f(x) = 3x^2 - \pi, x_0 = 2$ b) $h(x) = \frac{5x^2+2x}{x+5}, x_0 = 1$
2. (2 pts) Demuestra que si f es una función continua en x_0 entonces para toda $\varepsilon_0 > 0$ existe $\delta_0 > 0$ tal que $|x - x_0| < \delta_0$ implica

$$|f(x_0)| - \varepsilon_0 \leq |f(x)| < |f(x_0)| + \varepsilon_0.$$

3. (2 pts) Supongamos que f es una función que cumple $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para todo x, y en su dominio. Además supongamos que f es continua en 0. Demuestra que f es continua en a para todo $a \in \text{Dom} f$.
4. (2 pts) Utiliza resultados sobre continuidad de funciones vistos en clase (no la definición) para determinar los puntos de continuidad de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{x^3+5x^2-4}{x-5}$; b) $v(x) = \sin^2 x + x^9 - \sqrt{2}x$;

3er Examen Parcial, Fila B

1. (4pts) Usa directamente la definición de función continua para demostrar que las siguientes funciones son continuas en el punto indicado:
a) $f(x) = -2x^2 - 5\pi, x_0 = 1$ b) $h(x) = \frac{3x^2+2x}{x+6}, x_0 = 2$
2. (2 pts) Utiliza resultados sobre continuidad de funciones vistos en clase (no la definición) para determinar los puntos de continuidad de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{x^3+2x^2+7x}{x+3}$ b) $v(x) = \cos^2 x + x^7 - 3x$;
3. (2 pts) Supongamos que f es una función que cumple $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para todo x, y en su dominio. Además supongamos que f es continua en 0. Demuestra que f es continua en a para todo $a \in \text{Dom} f$.
4. (2 pts) Demuestra que si f es una función continua en x_0 entonces para toda $\varepsilon_0 > 0$ existe $\delta_0 > 0$ talque $|x - x_0| < \delta_0$ implica

$$|f(x_0)| - \varepsilon_0 \leq |f(x)| < |f(x_0)| + \varepsilon_0.$$